

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 04.10.2023 12:08:36  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460cf5aa76d186dd7c25

**Министерство образования Московской области  
государственное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ  
проректор**



**20 мая 2022г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

***Б1.В.01 Теоретические основы школьного курса алгебры и начал анализа***

Направление подготовки	44.04.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	Современное математическое образование
Квалификация выпускника	магистр
Форма обучения	заочная

Орехово-Зуево  
2022 г.

## 1. Пояснительная записка

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.04.01 Педагогическое образование по профилю Современное математическое образование 2022 года начала подготовки.

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### Цели дисциплины

Целью освоения дисциплины «Теоретические основы школьного курса алгебры и начал анализа» является формирование у студентов компетенций, необходимых для профессиональной деятельности посредством овладения системой знаний в области применения научных основ школьного курса алгебры и начал анализа.

### Задачи дисциплины

*Задачи изучения дисциплины должны соотноситься с поставленной целью.*

- получить представление о логической структуре курса алгебры и начал анализа
- изучить основные линии в преподавании курса алгебры и начал анализа

### Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

<b>В результате изучения дисциплины «Теоретические основы школьного курса алгебры и начал анализа» студент должен обладать следующими компетенциями:</b>	<b>Коды формируемых компетенций</b>
<b>Профессиональные компетенции</b>	
Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ПК-1

### Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ПК-1 Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	<b>ПК-1.1.Знает:</b> преподаваемый предмет; психолого-педагогические основы и современные образовательные технологии; особенности организации образовательного процесса в соответствии с требованиями образовательных стандартов <b>ПК-1.2.Умеет:</b> использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся; применять современные образовательные технологии; создавать образовательную среду, обеспечивающую формирование у обучающихся образовательных результатов, предусмотренных ФГОС и (или) образовательными стандартами, установленными образовательной организацией, и (или) образовательной программой <b>ПК-1.3.Владет:</b> Навыками профессиональной деятельности по реализации программ учебных дисциплин

## 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теоретические основы школьного курса алгебры и начал анализа»

относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы Б1.В.01.

Дисциплины, для изучения которых необходимы знания данного курса:

Б1.В.06 Преподавание алгебры и начал анализа в классах с углубленным изучением математики

Б3.01 Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

#### 4. Структура и содержание дисциплины

№ п/п	Раздел/тема	Семестр	Виды учебных занятий				Промежуточная аттестация
			Контактная работа			СРС	
			Лекции	ЛЗ	ПЗ		
1.	Тема 1. Язык школьной математики	1	0,5		1	24	
2.	Тема 2. Логика построения школьного курса алгебры и начал анализа	1	0,5		1	24	
3.	Тема 3. Теоретико-множественные аспекты школьного курса математики	1	1		2	24	
4.	Тема 4. Отображения и функции в школьном курсе алгебры и начал анализа	1	1		2	24	
5	Тема 5. Алгебраические основы школьного курса математики	1	1		2	27	
	Промежуточная аттестация – экзамен	1					36
	Итого		4		8	123	36

#### Содержание дисциплины, структурированное по темам

##### *Лекции*

##### **Тема 1. Язык школьной математики**

Имена и смысл. Предложение. Константы и переменные. Математические языки. Алфавит школьной алгебры. Язык алгебры и начал математического анализа. Синтактика языка школьной алгебры. Семантика языка школьной алгебры. Формулы. Теоремы и формулы. Элементарные формулы

##### **Тема 2. Логика построения школьного курса алгебры и начал анализа**

Математические предложения. Логическая эквивалентность и логическое следование. Полная логическая формулировка. Номинальные и реальные определения. Определяемое

и определяющее. Корректные и некорректные определения. Существование и единственность. Аксиоматические определения. Классические определения. Рекурсивные определения. Формальные и содержательные доказательства. Правила следования. Косвенное доказательство. Доказательство методом математической индукции.

### **Тема 3. Теоретико-множественные аспекты школьного курса математики**

"Наивная" и аксиоматическая теории множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля теории множеств. Структуры и роды структур. Декартово произведение множеств. Шкала множеств. Теоретико-множественное конструирование математических объектов. Роды структур. Числовые множества школьной математики. Точечные множества. Роль теории множеств в курсе алгебры и начал анализа. Декартово произведение множеств в курсе алгебры и начал анализа. Соответствия и соотношения в школьной математике. Отношения эквивалентности и классификация. Отношения порядка. Основные соответствия и отношения в школьной математике. Отношения эквивалентности в алгебре. Классы эквивалентности в школьной математике. Отношения эквивалентности и группы преобразований. Однородные пространства и школьная математика.

### **Тема 4. Отображения и функции в школьном курсе алгебры и начал анализа**

Основные понятия. Морфизмы структур. Инвариантные структуры. Основные виды отображений, изучаемые множеств в курсе алгебры и начал анализа. Морфизмы структур и операции над отображениями. Топологические и метрические пространства в школьной математике. Непрерывные и гомеоморфные отображения в школьной математике. Термы и функции. Другие способы задания функций. Непрерывные функции в школьной математике. Множество элементарных функций. Показательная функция и изоморфные отображения группы  $(\mathbb{R}; +)$  на группы  $(\mathbb{R}_+)$ . Свойства показательной функции. Другие подходы к понятию показательной функции. Тригонометрические функции.

Тригонометрические функции и дифференциальные уравнения. Отображения конечных множеств и комбинаторика. Основные правила комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.

### **Тема 5. Алгебраические основы школьного курса математики**

Алгебраические операции. Обратные операции. Основные алгебраические операции школьной математики. Алгебры. Некоторые роды алгебр. Основные типы алгебр в школьной математике. Термы в алгебрах. Степени и кратные. Одночлены и коммутативные полугруппы. Рациональные термы. Упорядочение алгебр. Симметризация. Отношение порядка в полугруппах. Расширение полуколец. Натуральные числа. Аксиоматика Пеано. Основная теорема об индуктивных построениях. Категоричность аксиоматики Пеано. Непротиворечивость аксиоматики Пеано. Множество натуральных чисел как вполне упорядоченное полукольцо. Конечные и бесконечные множества. Аксиоматика множества натуральных чисел, основанная на сложении. Аксиоматика множества положительных скалярных величин. Непротиворечивость аксиоматики положительных скалярных величин. Категоричность аксиоматики положительных скалярных величин. Множество  $\mathbb{R}_+$  положительных действительных чисел.

## **Практические занятия**

### **Практическое занятие 1-2**

#### **Тема 1. Язык школьной математики**

##### *Содержание*

Особенности языка школьной математики. Синтактика и семантика языка школьной алгебры и начал анализа. Анализ учебников алгебры

##### **Учебные цели:**

Показать возможности использования математического языка в школьном курсе алгебры и начал анализа. Показать правильное использование терминов и понятий в школьной

математике.

### **Практическое занятие 3-4**

#### **Тема 2. Логика построения школьного курса алгебры и начал анализа**

##### *Содержание*

Виды определений. Доказательства в алгебре и началах анализа. Анализ учебников алгебры

##### **Учебные цели:**

Показать как формулируются корректные и некорректные математические определения. Рассмотреть виды определений. Разобрать основные способы доказательств

### **Практическое занятие 5-6**

#### **Тема 3. Теоретико-множественные аспекты школьного курса математики**

##### *Содержание*

"Наивная" и аксиоматическая теории множеств. Числовые множества школьной математики. Роль теории множеств в в курсе алгебры и начал анализа. Анализ учебников алгебры

##### **Учебные цели:**

Подготовка к использованию элементов теории множеств в практической деятельности учителя

### **Практическое занятие 7-8**

#### **Тема 4. Отображения и функции в школьном курсе алгебры и начал анализа**

##### *Содержание*

Работа с понятием "функция". Особенности введения и изучения понятия "функция" в школьном курсе алгебры и начал анализа. Анализ учебников алгебры

##### **Учебные цели:**

Подготовка к использованию знаний магистров касающихся функций в преподавательской деятельности в школе

### **Практическое занятие 9-10**

#### **Тема 5. Алгебраические основы школьного курса математики**

##### *Содержание*

Основные алгебраические операции школьной математики. Алгебры. Натуральные числа. Аксиоматика Пеано. Множество  $R_+$  положительных действительных чисел. Анализ учебников алгебры

##### **Учебные цели:**

Рассмотреть алгебраические основы школьного курса математики

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Для организации самостоятельной работы обучающихся используется основная и дополнительная литература(электронные образовательные ресурсы(из *OC\_MOODLE\_ГГТУ*)).

#### **Перечень литературных источников для самостоятельной работы обучающихся**

1. Байдак, В.А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина / В.А. Байдак. – 3-е изд., стер. – Москва: Флинта, 2016. – 264 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83081>
2. Егупова, М.В. Методическая подготовка учителя математики в высшем

педагогическом образовании: задания для самостоятельной работы / М.В. Егупова. – Москва : Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 2016. – 84 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469673>

3. Практикум по методике преподавания математики : учебное пособие / сост. В.Ю. Сафонова, О.Ю. Глухова. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 96 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232469>

4. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию: учебное пособие / П. С. Александров. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-0981-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/530>

5. Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику : учебное пособие / В. М. Зюзьков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-3053-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107935>.

### **Задания для самостоятельной работы**

#### **Задание:**

1. Изучить материал по теме "Язык школьной математики".
2. Изучить материал по теме "Логика построения школьного курса алгебры и начал анализа"
3. Изучить материал по теме "Теоретико-множественные аспекты школьного курса математики"
4. Изучить материал по теме "Отображения и функции в школьном курсе алгебры и начал анализа"
5. Изучить материал по теме "Алгебраические основы школьного курса математики"

### **6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля знаний, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля знаний, промежуточной аттестации приведен в приложении.

### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

#### **Перечень основной литературы**

1. Байдак, В.А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина / В.А. Байдак. – 3-е изд., стер. – Москва: Флинта, 2016. – 264 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83081>

#### **Перечень дополнительной литературы**

1. Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику : учебное пособие / В. М. Зюзьков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-3053-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107935>.
2. Темербекова, А. А. Методика обучения математике: учебное пособие / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1701-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная

система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/56173>

## **8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем**

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ

### **Современные профессиональные базы данных:**

- Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": <http://window.edu.ru>
- Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru>
- *Электронная образовательная среда вуза* <https://dis.ggtu.ru>
- *Образовательная платформа* Издательство Просвещение <https://prosv.ru>

### **Информационные справочные системы:**

1. Справочно-правовая система «ГАРАНТ» - <http://www.garant.ru>
2. Справочно-правовая система «Консультант плюс» - <http://base.consultant.ru>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

<b>Аудитории</b>	<b>Программное обеспечение</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li><li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</li><li>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;</li></ul>	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

## **10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными

возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  /Высокос М.И./

Программа утверждена на заседании кафедры математики и экономики 20.05.2022г., протокол №8

Зав. кафедрой  Каменских Н.А.





**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

***Б1.В.01 Теоретические основы школьного курса алгебры и начал анализа***

Направление подготовки	44.04.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	Современное математическое образование
Квалификация выпускника	магистр
Форма обучения	заочная

**Орехово-Зуево**

**2022г.**

## 1. Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
<p><b>ПК-1</b> Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов</p>	<p><b>ПК-1.1.Знает:</b> преподаваемый предмет; психолого-педагогические основы и современные образовательные технологии; особенности организации образовательного процесса в соответствии с требованиями образовательных стандартов</p> <p><b>ПК-1.2.Умеет:</b> использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся; применять современные образовательные технологии; создавать образовательную среду, обеспечивающую формирование у обучающихся образовательных результатов, предусмотренных ФГОС и (или) образовательными стандартами, установленными образовательной организацией, и (или) образовательной программой</p> <p><b>ПК-1.3.Владеет:</b> Навыками профессиональной деятельности по реализации программ учебных дисциплин</p>

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «Отлично», «Хорошо», соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «Удовлетворительно», соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «Неудовлетворительно», соответствует показателю «компетенция не освоена»

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1.	<b>Глоссарий</b> (показатель компетенции «Знание»)	Набор материалов, направленных на проверку <b>знания</b> основных понятий дисциплины. Способ проверки степени освоения категориального аппарата.	Список терминов (глоссарий)	Оценка «Отлично»: даны определения всех предложенных терминов, все задания выполнены правильно. Оценка «Хорошо»: даны грамотные определения всех представленных терминов, однако имеются отдельные недочёты. Оценка «Удовлетворительно»: большая часть терминов охарактеризована правильно, но все определения имеют недочёты; все определения представлены, но допущено несколько грубых

				ошибок. Оценка « <i>Неудовлетворительно</i> »: большая часть определений не представлена, либо представлена с грубыми ошибками.
2.	<b>Опрос</b> (показатель компетенции «Умение»)	Форма работы, которая позволяет оценить кругозор, <b>умение</b> логически построить ответ, умение продемонстрировать монологическую речь и иные коммуникативные навыки. Устный опрос обладает большими возможностями воспитательного воздействия, создавая условия для неформального общения.	Вопросы к опросу	Оценка « <i>Отлично</i> »: продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; есть логика рассуждений. Оценка « <i>Хорошо</i> »: продемонстрированы предполагаемые ответы; есть логика рассуждений, но неточно использован алгоритм обоснований во время рассуждений. Оценка « <i>Удовлетворительно</i> »: продемонстрированы предполагаемые ответы, но неправильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; отсутствует логика рассуждений. Оценка « <i>Неудовлетворительно</i> »: ответы не представлены.
3.	<b>Практические задания</b> (показатель компетенции «Владение»)	Направлено на <b>овладение</b> методами и методиками изучаемой дисциплины.	Практические задания	Оценка « <i>Отлично</i> »: продемонстрировано свободное владение профессионально-понятийным аппаратом, владение методами и методиками дисциплины. Показаны способности самостоятельного мышления, творческой активности. Оценка « <i>Хорошо</i> »: продемонстрировано владение профессионально-понятийным аппаратом, при применении методов и методик дисциплины незначительные неточности, показаны способности самостоятельного мышления, творческой активности. Оценка « <i>Удовлетворительно</i> »: продемонстрировано владение профессионально-понятийным аппаратом на низком уровне; допускаются ошибки при применении методов и методик дисциплины. Оценка « <i>Неудовлетворительно</i> »: не продемонстрировано владение профессионально-понятийным аппаратом, методами и методиками дисциплины.
4.	<b>Доклад</b> (показатель компетенции «Умение»)	Расширенное письменное или устное сообщение на основе совокупности ранее опубликованных исследовательских, научных работ, изложение результатов проведенных исследований, экспериментов и разработок по соответствующей отрасли научных знаний, имеющих	Тематика докладов	Оценка « <i>Отлично</i> »: показано <b>умение</b> критического анализа информации. Тема актуальна, содержание соответствует заявленной теме, тема полностью раскрыта, проведено рассмотрение дискуссионных вопросов по проблеме, сопоставлены различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, язык изложения научен, соблюдается логичность и последовательность в изложении материала, использованы новейшие источники по проблеме, выводов четкие, оформление работы соответствует предъявляемым требованиям. Оценка « <i>Хорошо</i> »: показано умение критического анализа информации. Тема актуальна, содержание соответствует заявленной теме, язык изложения научен,

		значение для теории науки и практического применения.		заявленная тема раскрыта недостаточно полно, отсутствуют новейшие литературные источники по проблеме, при оформлении работы имеются недочеты. Оценка «Удовлетворительно»: не показано умение критического анализа информации. Содержание работы не в полной мере соответствует заявленной теме, тема раскрыта недостаточно полно, использовано небольшое количество научных источников, нарушена логичность и последовательность в изложении материала, при оформлении работы имеются недочеты. Оценка «Неудовлетворительно»: содержание работы не соответствует заявленной теме, содержание работы изложено не научным стилем, материал изложен неграмотно, без логической последовательности, при оформлении работы имеются грубые недочеты.
5.	<b>Контрольная работа</b>  (показатель компетенции «Владение»)	Направлено на овладение методами и методиками изучаемой дисциплины.	контрольная работа	- от 90% до 100% - отлично. - от 70% до 89,9% - хорошо; - от 50% до 69,9% - удовлетворительно; - от 0 до 49,9 % выполненных заданий – неудовлетворительно

*Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации*

1.	<b>Экзамен</b>	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.	Вопросы к экзамену	Оценка «Отлично»: <b>знание</b> теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему); <b>умение</b> анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса; глубоко понимать, осознавать материал; <b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса, научных идей; навыками аргументации и анализа фактов, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии. Оценка «Хорошо»: <b>знание</b> основных теоретических положений вопроса; <b>умение</b> анализировать явления, факты, действия в рамках вопроса; содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса. Но имеет место недостаточная полнота по излагаемому вопросу. <b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса и навыками аргументации. Оценка «Удовлетворительно»: <b>знание</b> теории вопроса фрагментарно (неполнота изложения информации; оперирование понятиями на бытовом уровне); <b>умение</b> выделить главное, сформулировать выводы, показать связь в построении ответа не продемонстрировано; <b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано. Оценка «Неудовлетворительно»: <b>знание</b> понятийного аппарата, теории вопроса, не
----	----------------	---	--------------------	--

				продемонстрировано; <b>умение</b> анализировать учебный материал не продемонстрировано; <b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано.
--	--	--	--	--

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

### Задания для проведения текущего контроля знаний

#### Практические задания

*Теоретико-множественные аспекты школьного курса математики*

1. Какое из следующих множеств является отношением между элементами множества

$$A = \{0, 3, 6, 9, 12\}:$$

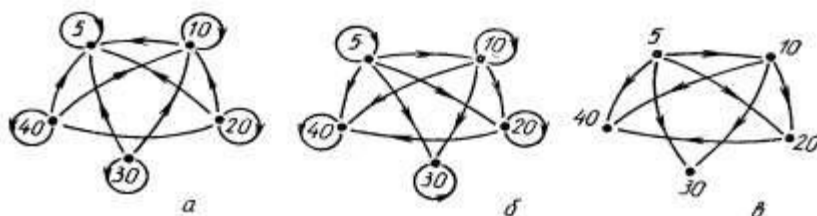
1)  $P = \{(6, 3), (9, 3), (12, 3), (12, 6), (3, 3), (6, 6), (9, 9), (12, 12)\};$

2)  $T = \{(3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (6, 6), (9, 9), (12, 12)\};$

3)  $M = \{(3, 6), (6, 12), (9, 18)\}.$

2. Установите, какой из графов, приведенных на рисунке, является графом отношения

" $x$  - делитель числа  $y$ ", заданного на множестве  $B = \{5, 10, 20, 30, 40\}.$



3. На множестве  $X = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  заданы отношения  $P, Q, S.$

Постройте их графы, если:

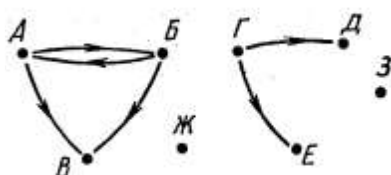
$P$  - отношение "меньше";

$Q$  - отношение "меньше в 2 раза";

$S$  - отношение "меньше на 2".

4. Множество  $M$  членов семьи Волковых состоит из отца Михаила Петровича, матери Веры Ивановны и детей: Толи, Кати, Пети и Оли. Между членами семьи существуют различные отношения родства. Постройте графы отношений: 1) "быть дочерью"; 2) "быть братом"; 3) "быть матерью".

5. На рисунке дан граф отношений "быть братом" на множестве детей, живущих в одном доме (дети обозначены точками А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З). Кто из них является девочкой, а кто мальчиком? О ком из ребят по этому графу нельзя ничего сказать?



Задайте различными способами какое-либо отношение между элементами множества  $A = \{3, 6, 9, 12, 18, 27\}$ .

6. Запишите в виде равенства предложение:

- 1) число  $x$  больше числа  $y$  на 5; 2) число  $x$  меньше числа  $y$  на 7;
- 3) число  $x$  больше числа  $y$  в 5 раз; 4) число  $x$  меньше числа  $y$  в 5 раз.

7. Задайте в виде неравенства с двумя переменными отношения:

- 1) "меньше"; 2) "меньше или равно".

8. Элементы множества  $X = \{0, 1, 3, 4, 6\}$  находятся в отношении  $P = \{(0, 1), (0, 3), (0, 4), (0, 6), (1, 4), (6, 6)\}$ . Постройте граф этого отношения.

9. Постройте граф отношения "больше или равно", заданного на множестве  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Как задать это отношение при помощи неравенства с двумя переменными?

10. Решите задачи, выделив предварительно отношения, которые в них рассматриваются:

- 1) На одной полке было в 3 раза больше книг, чем на другой. Когда с первой полки сняли 8 книг, а на другую положили 5 книг, то на второй полке стало на 17 книг меньше, чем на первой. Сколько книг было на каждой полке?
- 2) На автобазе было на 46 грузовых машин больше, чем автобусов. Сколько грузовых машин было на автобазе, если их было в 3 раза больше, чем автобусов?

11. На множестве  $X = \{1, 2, 4, 8, 12\}$  задано отношение "  $x$  кратно  $y$  ". Постройте граф и сформулируйте свойства данного отношения.

12. Обладает ли свойством рефлексивности отношение "кратно", заданное на множестве  $B = \{0, 2, 4\}$ ?

*Отображения и функции в школьном курсе алгебры и начал анализа*

1. Запишите выражение линейной функции, если заданы  $k$  и задание  $y_1$  этой функции в точке  $x_1$ :

- а)  $k=2$ ,  $x_1=-3$ ,  $y_1=4$ ; б)  $k=-1$ ,  $x_1=6$ ,  $y_1=-2$ ; в)  $k=3/2$ ,  $x_1=-7$ ,  $y_1=-3$ ; г)  $k=-2/3$ ,  $x_1=4$ ,  $y_1=2$ .

Постройте графики этой функций.

2. Найдите выражение линейной функции, зная ее значения  $y_1$  и  $y_2$  в точках  $x_1$  и  $x_2$  если:

- а)  $x_1=3$ ,  $x_2=5$ ,  $y_1=4$ ,  $y_2=0$ ;
- б)  $x_1=-6$ ,  $x_2=3$ ,  $y_1=1$ ,  $y_2=19$ .

3. Через  $a$  ч после выхода со станции  $A$  в направлении к станции  $B$  поезд находился от  $B$  на расстоянии  $s_1$ , а через  $b$  ч – на расстоянии  $s_2$ . Найдите расстояние между станциями и скорость поезда.

4. Постройте графики функций:

- а)  $y=-5/x$ ; б)  $y=5/x$ ; в)  $y=5/|x|$ ; г)  $y=-5/|x|$ .

5. Найдите композицию функций:

- а)  $y=x^3$  и  $x=t^2+4$ ; б)  $y=x^2+4$  и  $x=t^3$ .

6. Постройте графики дробно-линейных функций:

- а)  $y=1/(2x-4)$ ; б)  $y=1/(-2x+6)$ .

*Алгебраические основы школьного курса математики*

1. Докажите на основе аксиом равенства

- а)  $a + (b + c) = (c + b) + a$ ;
- б)  $a + (b + c) = (a + c) + b$ ;
- в)  $(a + b) + (c + d) = (a + d) + (b + c)$ .

2. Сформулируйте, что означают аксиомы при интерпретации этой системы аксиом в множестве: а) целых отрицательных чисел; б) чисел вида  $bn$  с обычной операцией сложения;

в) чисел вида  $3^n$  с операцией умножения.

3. Докажите, что если  $a < b$  и  $c < d$ , то  $a + c < b + d$ .

4. Докажите, что если  $a + c < b + d$  и  $b < a$ , то  $c < d$ .

5. Докажите, что если  $a \leq b$  и  $c \leq d$ , то  $a + c \leq b + d$ .
6. Докажите, что если  $a \leq b$  и  $b \leq a$ , то  $a = b$ .
7. Докажите, что если  $a \leq b$  и  $c < d$ , то  $a + c < b + d$ .
8. Докажите, что если  $a + b = c + d$  и  $b < d$ , то  $c < a$ .
9. Докажите на основании Пеано, что ни одно натуральное число не совпадает с непосредственно следующим за ним.
10. Докажите на основании аксиом Пеано, что для любого натурального числа  $n$ , кроме 1, существует непосредственно предшествующее число.
11. Докажите на основании аксиом Пеано, что в каждом непустом множестве натуральных чисел есть наименьший элемент.
12. Определите умножение натуральных чисел в следующих моделях:
  - а)  $\{-1; -2; \dots; -n; \dots\}$  с обычным сложением;
  - б)  $\{3; 4; 5; \dots\}$  со «сложением» по формуле  $a * b = a + b - 2$ ;
  - в)  $\{2; 2; \dots, 2; \dots\}$  со «сложением» по формуле  $a * b = ab$ .
13. Докажите, что умножение натуральных чисел дистрибутивно относительно вычитания, т.е.  
 $a(b - c) = ab - ac$ .
14. Укажите неполное частное и остаток при делении:
  - а) 25 на 38; б) 165245 на 876
15. Найдите число, при делении которого на 15421 получается неполное частное 246 и остаток 6723.
16. По делимому  $a$  и неполному частному  $q$  найдите делитель  $b$  и остаток  $r$ , если:
  - а)  $a = 371, q = 14$  б)  $a = 3129, q = 83$  в)  $a = 13127, q = 121$
17. Для следующих множеств составьте эквивалентные им отрезки натурального ряда чисел: а)  $A = \{\text{красный, синий, желтый}\}$ ; б)  $A = \{a, б, в, г, д, е, ж\}$ ; в)  $A$ -множество игроков футбольной команды; г)  $A$ - множество страниц школьной тетради.
18. Изоморфны ли алгебры  $(\mathbb{N}; +)$  и  $(\mathbb{N}; \cdot)$ ?  $A(\mathbb{N}; +)$  и  $(\mathbb{N}; +; \cdot)$ ?

### Вопросы к опросу

#### *Язык школьной математики*

1. Сформулируйте принцип предметности.
2. Сформулируйте принцип однозначности.
3. Сформулируйте принцип замены имени.
4. Что означают термины "имя", "значение", "смысл"?
5. Дайте определение константы и переменной.
6. Какие бывают математические знаки?
7. Приведите классификацию знаков школьной математики.
8. Перечислите предметные постоянные в теории множеств.
9. Перечислите предметные переменные в теории множеств.
10. Перечислите функциональные буквы в теории множеств.
11. Перечислите предикатные буквы в теории множеств.
12. Перечислите знаки препинания в языке школьной математике.
13. Что такое "терм".
14. Как образуются формулы?

#### *Логика школьного курса математики.*

1. Как связаны логическая эквивалентность, логическое следование и достаточное и необходимое условие.
2. В чем суть номинальных и реальных определений.
3. Как определить корректные и некорректные определения.
4. Назовите особенности аксиоматических определений. Приведите пример.



5. Назовите особенности классических определений. Приведите пример.
6. Назовите особенности рекурсивных определений. Приведите пример.
7. Расскажите о косвенном доказательстве.
8. Расскажите о доказательстве методом математической индукции.

### Тематика докладов

1. Язык алгебры и начал математического анализа.
2. Синтактика языка школьной алгебры.
3. Семантика языка школьной алгебры.
4. Номинальные и реальные определения.
5. Корректные и некорректные определения.
6. Доказательство методом математической индукции.
7. Аксиоматика Цермело-Френкеля теории множеств.
8. Теоретико-множественное конструирование математических объектов.
9. Топологические и метрические пространства в школьной математике.
10. Непрерывные и гомеоморфные отображения в школьной математике.
11. Основные правила комбинаторики.
12. Аксиоматика Пеано. Непротиворечивость аксиоматики Пеано.

### Список терминов (глоссарий)

**Аксиома** – это суждение, которое в рамках некоторой науки или теории принимается истинным без доказательств.

**Анализ** – логический метод, связанный с мысленным расчленением предмета на составляющие части или элементы и исследованием их в отдельности друг от друга.

**Аналогия** – подобие, сходство предметов в каких-либо свойствах или признаках, на основании которого делается вывод об их тождественности.

**Аргумент** – основание логического доказательства, тезиса.

**Безусловная аналогия** – аналогия, которая применяется тогда, когда точно и определенно установлена связь между общими признаками, имеющимися у обоих сопоставляемых предметов.

**Безусловное суждение** – суждение, в котором что-либо утверждается (отрицается) вне зависимости от какого-либо условия.

**Вывод** – выводом называют любую последовательность формул, такую, что каждая формула этой последовательности есть либо аксиома, либо совпадает с какой – либо предыдущей, либо получается из каких-то предыдущих с помощью одного из правил вывода.

**Выполнимая формула** – Формула называется выполнимой, если она общезначимая или нейтральная.

**Высказывание** – неопределяемое понятие. Под высказыванием понимают повествовательное предложение, которое объективно является истинным или ложным.

**Гипотеза** – это предложение о свойствах, причинах, структуре, связях изучаемых объектов или явлений.

**Дедуктивное умозаключение** – дедуктивным называется умозаключение, в котором посыпки и заключение находятся в отношении логического следования.

**Декартово произведение** 1)одна из основных теоретико-множественных конструкций, широко используемая во всех областях математики. 2) декартовым произведением множеств  $A$  и  $B$  называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству  $A$ , а вторая компонента принадлежит множеству  $B$ .

**Доказательство** – есть совокупность логических приемов, применяемых для обоснования истинности некоторого утверждения (суждения) с помощью уже установленных истин или аксиом в рамках некоторой формальной системы.

**Дополнением** множества В до множества А называется множество, содержащее те и только те элементы множества А, которые не принадлежат множеству В.

**Допустимые значения предиката** – это значения, при которых предикат имеет смысл.

**Заключение** – это высказывание, содержащее новое знание, полученные из исходного.

**Интерпретацией** – формулы А называется всякий набор истинностных значений атомов, входящих в эту формулу.

**Имя** - это языковой объект, связываемый с предметом для обозначения его в речи.

**Истинностной таблицей формулы** – называется таблица, содержащая всевозможные интерпретации формулы и соответствующие этим интерпретациям значения формулы.

**Квантор** – это логическая операция, дающая количественную характеристику области предметов, к которой относится выражение, получаемое в результате ее применения.

**Квантор общности** – специальный указатель на то, что некоторое содержащее переменные, распространяется на все формулы, получаемые при подстановке вместо переменных, перечисленных в этом указателе, любых значений из областей определения этих переменных.

**Квантор существования** – специальный указатель на то, что некоторое Р имеет место (или истинно) при некоторых переменных, перечисленных в этом указателе, причем конкретные значения, обеспечивающие это, не указываются, а фиксируется лишь то, что они существуют. Переменные, перечисленные в указателе, называются связанными.

**Константа** - символы обозначающие один предмет, называем константами имени.

**Логическое следование** – из формулы А(логически) следует формула В, если по крайней мере при всех тех наборах значений атомов, входящих в А или В, при которых формула А имеет значение И, формула В также имеет значение И.

**Невыполнимая формула** – формула называется невыполнимой (тождественно ложной, противоречием), если во всех своих интерпретациях она принимает значение Л.

**Областью истинности предиката** – называется множество значений, при которых предикат обращается в истинное высказывание.

**Областью определения предиката** – называется множество допустимых значений переменных.

**Общезначимая формула** – формула называется общезначимой (тождественно истинной, тавтологией), если во всех своих интерпретациях она принимает значение И.

**Объединение** множеств А и В есть множество, состоящее из тех и только тех элементов, каждый из которых есть элемент хотя бы одного из множеств А или В.

**Переменная** - символ, значение которого совпадает с содержанием собственного имени или константы, за исключением, лишь того что единственное значение константы заменено возможностью различных значений переменной.

**Пересечением** множеств А и В называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству А, так и множеству В, т.е. оно состоит из всех общих для множеств А и В элементов.

**Подмножество** множества А – любое множество, каждый элемент которого принадлежит множеству А.

**Предикат** – предложение с переменными дающие высказывание в результате замены свободных переменных их допустимыми значениями называются предикатом.

**Равносильные формулы** – Формулы А и В называются равносильными, если во всех интерпретациях формул А и В, содержащих все атомы формул А и В, истинностные значения этих формул совпадают.

**Разностью множеств А и В** называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В.

**Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)** – дизъюнкция, составленная из элементарных конъюнкций, называется совершенной дизъюнктивной нормальной формой.

**Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)** – конъюнкция, составленная из элементарных дизъюнкций, называется совершенной конъюнктивной нормальной формой.

**Таблица истинности формулы** – таблица, содержащая всевозможные интерпретации формулы и соответствующие этим интерпретациям значения формулы называется таблицей истинности формулы.

**Теорема** – это высказывание, правильность которого установлена при помощи рассуждения, доказательства.

**Теория** – это внутренне дифференцированная, но целостная система знаний, которую характеризуют логическую зависимость содержания теории из некоторой совокупности утверждений и понятий – исходного базиса теории – по определенным логико-методологическим принципам и правилам.

**Умозаключение** – это способ получения нового знания на основе некоторого имеющегося.

**Формализацией высказываний** – называют операцию замены высказывания естественного языка формулой математического исключающего высказывательные переменные и символы тех логических операций, которые соответствуют структуре самого высказывания.

## Контрольная работа

**Задание:** Провести логико-дидактический анализ содержания отдельной темы учебника Алгебры для 10-11 классов.

### Задания для проведения промежуточной аттестации

#### Вопросы к экзамену

1. Алфавит школьной алгебры.
2. Язык алгебры и начал математического анализа.
3. Синтактика языка школьной алгебры.
4. Семантика языка школьной алгебры.
5. Формулы. Теоремы и формулы. Элементарные формулы
6. Математические предложения.
7. Логическая эквивалентность и логическое следование.
8. Полная логическая формулировка.
9. Номинальные и реальные определения. Определяемое и определяющее. Корректные и некорректные определения. Существование и единственность. Аксиоматические определения. Классические определения. Рекурсивные определения.
10. Формальные и содержательные доказательства. Правила следования.
11. Косвенное доказательство. Доказательство методом математической индукции.
12. "Наивная" и аксиоматическая теории множеств.
13. Аксиоматика Цермело-Френкеля теории множеств.
14. Структуры и роды структур.
15. Декартово произведение множеств.
16. Шкала множеств.
17. Теоретико-множественное конструирование математических объектов.
18. Числовые множества школьной математики. Точечные множества.
19. Роль теории множеств в курсе алгебры и начал анализа.
20. Декартово произведение множеств в курсе алгебры и начал анализа.

21. Соответствия и соотношения в школьной математике.
22. Отношения эквивалентности и классификация. Отношения порядка.
23. Основные соответствия и отношения в школьной математике.
24. Отношения эквивалентности в алгебре. Классы эквивалентности в школьной математике. Отношения эквивалентности и группы преобразований.
25. Однородные пространства и школьная математика.
26. Основные виды отображений, изучаемые множеств в курсе алгебры и начал анализа.
27. Непрерывные функции в школьной математике.
28. Множество элементарных функций.
29. Показательная функция и изоморфные отображения группы  $(\mathbb{R}; +)$  на группы  $(\mathbb{R}_+)$ .
30. Свойства показательной функции.
31. Тригонометрические функции.
32. Основные правила комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.
33. Основные алгебраические операции школьной математики.
34. Алгебры. Некоторые роды алгебр. Основные типы алгебр в школьной математике.
35. Отношение порядка в полугруппах.
36. Аксиоматика Пеано.
37. Конечные и бесконечные множества.
38. Аксиоматика множества натуральных чисел, основанная на сложении.
39. Аксиоматика множества положительных скалярных величин. Непротиворечивость аксиоматики положительных скалярных величин.
40. Множество  $\mathbb{R}_+$  положительных действительных чисел.

<https://dis.ggtu.ru>

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
ПК-1 Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ПК-1.1	Вопросы к экзамену, список терминов (глоссарий)
	ПК-1.2	Вопросы к экзамену Тематика докладов Вопросы к опросу
	ПК-1.3	Вопросы к экзамену Контрольная работа Практические задания