

Министерство образования Московской области

Государственное образовательное учреждение высшего образования
Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»
(ГГТУ)

Документ подписан простыми электронными подписями
Информация о владельце:
ФИО: Егорова Галина Викторовна
Должность: Проректор по учебной работе
Дата подписания: 04.10.2023 13:28:01
Уникальный программный ключ:
4963a4167398d8232817460cf5aa76d186dd7c25

УТВЕРЖДАЮ
Проректор



«26» июня 2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.04 Математика

Направление подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

Направленность (профиль) программы Правовое регулирование в государственном и муниципальном управлении

Квалификация выпускника Бакалавр

Форма обучения –очная

2023г.

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 38.03.04 Государственное и муниципальное управление по профилю «Правовое регулирование в государственном и муниципальном управлении» (очная форма обучения) 2023 года начала подготовки.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1 Целью освоения дисциплины является формирование у студентов компетенций, необходимых для профессиональной деятельности, практическая подготовка и ознакомление студентов с теоретическими основами по математике для успешного изучения фундаментальных и специальных дисциплин учебного курса.

2.2 Задачами курса являются:

- освоение математического аппарата, помогающего моделировать, анализировать и решать управленческие задачи, в т.ч. использование математического аппарата в расчетах при разработке проектов, направленных на развитие организации;
- помощь в усвоении математических методов, дающих возможность изучать и прогнозировать процессы и явления из области будущей деятельности студентов;
- формирование базы знаний для участия в обеспечении разработки социально ориентированных мер регулирующего воздействия на общественные отношения и процессы социально-экономического развития.

2.3 Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:	Коды формируемых компетенций
Универсальные компетенции	
Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10

Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения универсальной компетенции
УК-10 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1 Понимает базовые принципы экономического развития и функционирования экономики, цели и формы участия государства в экономике УК-10.2 Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски.

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части Б1.О.04.

Дисциплины, для изучения которых необходимы знания, умения, навыки данной дисциплины:
Экономическая теория

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Название разделов (модулей) и тем	семестр	Контактная работа		сам. работа	Промеж. аттестация
		Лекции	Пр.		Экзамен
		10	26	72	36
Модуль 1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии					
Тема 1 Начала аналитической геометрии	1	1	2	6	
Тема 2 Элементы матричного анализа	1	1	2	6	
Тема 3 Системы линейных уравнений	1	1	2	6	
Тема 4 Комплексные числа и многочлены	1	1	2	6	
Тема 5 Основы теории оптимизации	1	1	2	6	
Модуль 2. Элементы математического анализа					
Тема 6 Введение в математический анализ	1	1	2	6	
Тема 7 Предел и непрерывность	1	1	2	6	
Тема 8 Дифференциальное исчисление функции одного переменного	1	0,5	2	5	
Тема 9 Интегральное исчисление	1	0,5	2	5	
Тема 10 Функции нескольких переменных	1	0,5	2	5	
Модуль 3. Теория вероятностей и математическая статистика					
Тема 11 Введение в теорию вероятностей	1	0,5	2	5	
Тема 12 Случайные величины	1	0,5	2	5	
Тема 13 Элементы математической статистики	1	0,5	2	5	
Промежуточная аттестация:					
	1				Экзамен 36

Содержание дисциплины структурированное по темам (разделам)

Лекционные занятия

Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

Тема 1. Начала аналитической геометрии

Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное и векторное произведение векторов. Прямая на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках. Нормальная форма уравнения прямой. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Уравнение окружности. Эллипс. Гипербола и парабола. Плоскость. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальная форма уравнения плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой, плоскости.

Тема 2. Элементы матричного анализа

Понятие матрицы размера $n \times m$. Операции над матрицами и их свойства. Перемножение матриц. Транспонирование матриц. Числовые характеристики матриц. Определители. Понятие определителя и его порядка. Свойства определителей. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема о вычислении определителя через алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Системы векторов, n -мерное линейное векторное пространство. Линейные операторы и матрицы. Собственные векторы линейных операторов. Евклидово пространство. Квадратичные формы.

Тема 3. Система линейных уравнений

Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Матричная форма записи системы уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Решение линейных систем из n уравнений с n неизвестными в матричной форме.

Решение экономических задач с помощью матриц. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Тема 4. Комплексные числа и многочлены

Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение в натуральную степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел в квадратных уравнениях. Разложение действительного многочлена на линейные множители.

Тема 5. Основы теории оптимизации

Классические методы оптимизации. Линейное и целочисленное программирование. Основные понятия задач и методов математического программирования. Линейные задачи оптимизации. Основные определения и задачи линейного программирования. Постановка и различные формы записи задач линейного программирования. Стандартная и каноническая формы представления, геометрическая интерпретация задач линейного программирования. Симплекс-метод и симплексные таблицы. Экономическая интерпретация элементов таблицы. Теория двойственности. Двойственные задачи и методы, их интерпретация. Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Правила построения цепей. Смысл потенциалов, метод потенциалов. Основные способы построения начального опорного решения. Транспортные задачи с нарушенным балансом производства и потребления. Дискретное программирование.

Математический анализ и дифференциальные уравнения

Тема 6. Введение в математический анализ

Понятие множества. Операции над множествами. Функциональная зависимость. Определение функции. Способы задания функций. Классификация функций: четные, нечетные, периодические и непериодические. Монотонность функций. Обратная функция. Ограниченные функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Графики основных элементарных функций (линейной, модуля, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических, обратных тригонометрических функций). Сложная функция. Функции спроса и предложения.

Тема 7. Предел и непрерывность

Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над пределами. Монотонные последовательности. Число ϵ . Задача о непрерывном начислении процентов. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Понятие окрестности точки. Предел функции в точке. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность некоторых элементарных функций. Свойства числовых множеств и последовательностей. Глобальные свойства непрерывных функций: теорема об ограниченности функции, заданной и непрерывной на отрезке, теорема о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих наибольшего и наименьшего значений.

Тема 8. Дифференциальное исчисление функции одного переменного

Производная и дифференциал. Геометрический, физический, экономический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Схема вычисления производной. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производная основных элементарных функций. Производные высших порядков. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения (теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа, правило Лопиталья). Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Схема исследования функции на экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, заданной на отрезке. Выпуклость функции и точки перегиба. Схема исследования функции на выпуклость и точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Тема 9. Интегральное исчисление

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл от основных элементарных функций. Интегрирование заменой переменного и по частям. Интегрирование рациональных, некоторых иррациональных функций и тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменного и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Тема 10. Функции нескольких переменных

Точечные множества в n -мерном пространстве. Понятие функции нескольких переменных. Примеры таких функций (линейная, квадратическая; в экономике – функция полезности, производственная функция). Область определения, линии уровня функций нескольких переменных. Функции полезности и кривые безразличия. Производственная функция и изокванты. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Производная по направлению, градиент. Экстремум, наибольшее и наименьшее значения функций многих переменных. Условный экстремум: метод подстановки и метод множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов.

Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 11. Введение в теорию вероятностей

Предмет теории вероятностей. Сущность и условия применимости теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей: событие, сумма событий, произведение событий, вероятностное пространство, конечное вероятностное пространство, классическое определение вероятности, геометрические вероятности. Условные вероятности. Независимость событий. Теорема умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательности испытаний. Схема Бернулли.

Тема 12. Случайные величины

Случайные величины и способы их описания. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения вероятностей, её свойства. Вероятность попадания на полуинтервал. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Математические ожидания альтернативной случайной величины, биномиальной случайной величины, пуассоновской случайной величины, геометрической случайной величины. Статистическое истолкование математического ожидания. Дисперсия случайной величины и её свойства. Дисперсии альтернативной случайной величины, биномиальной случайной величины, пуассоновской случайной величины, геометрической случайной величины. Непрерывные случайные величины и их важнейшие числовые характеристики: функция распределения, функция плотности вероятности, математическое ожидание, дисперсия, стандартное (среднее квадратичное) отклонение. Модели законов распределения вероятностей, наиболее употребляемые в социально-экономических приложениях. Нормальное распределение. Функции от случайных величин. Закон распределения вероятностей для функций от известных случайных величин. Сходимость по вероятности. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел и его следствие. Особая роль нормального распределения: центральная предельная теорема. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов.

Тема 13. Элементы математической статистики

Основные задачи математической статистики. Статистические методы обработки экспериментальных данных внешней среды. Статистические гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона. Оптимальные критерии для проверки гипотез о параметрах нормального и биномиального распределений. Критерии для проверки сложных гипотез. Непараметрические критерии. Статистическое оценивание и проверка гипотез. Статистические оценки параметров и их свойства. Условные законы распределения. Достаточные статистики. Эффективность оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод наибольшего правдоподобия. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительные интервалы для вероятности успеха в схеме Бернулли. Инструменты статистики для анализа деятельности субъектов управления (органы государственной власти Российской Федерации, органы государственной власти субъектов Российской Федерации, органы местного самоуправления, государственные и муниципальные предприятия и учреждения, институты гражданского общества, общественные организации, некоммерческие и коммерческие организации, международные организации, научные и образовательные организации).

Практические занятия

Тема 1. Начала аналитической геометрии

Учебные цели: раскрыть содержание раздела аналитическая геометрия

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Вектор

Линейные операции над векторами

Скалярное и векторное произведение векторов

Уравнение прямой

Условие параллельности и перпендикулярности прямых

Линии второго порядка

Тема 2. Элементы матричного анализа

Учебные цели: рассмотреть основные понятия линейного и матричного исчисления

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Матрицы

Операции над матрицами

Определитель

Ранг матрицы

линейное векторное пространство

Линейные операторы

Собственные векторы линейных операторов

Евклидово пространство

Квадратичная форма

Тема 3. Системы линейных уравнений

Учебные цели: представить основные методы в теории линейных уравнений

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Система линейных алгебраических уравнений

Матричная форма записи системы уравнений

метод Гаусса

методом Крамера

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики

Тема 4. Комплексные числа и многочлены

Учебные цели: раскрыть содержание основополагающих понятий математического анализа

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Арифметические операции над комплексными числами

Комплексная плоскость

Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

Тема 5. Основы теории оптимизации

Учебные цели: раскрыть основные принципы и приемы оптимизации

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Оптимизационная задача

Частные производные

Производные и дифференциалы функций нескольких переменных

Производная по направлению, градиент

Экстремум

наибольшее и наименьшее значения функций многих переменных.

Условный экстремум:

Метод наименьших квадратов.

Тема 6. Введение в математический анализ

Учебные цели: раскрыть содержание предельного исчисления

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Числовая последовательность

Предел числовой последовательности

Арифметические операции над пределами

Предел функции в точке

замечательные пределы

Непрерывность функции в точке

Арифметические действия над непрерывными функциями

Тема 7. Предел и непрерывность

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Арифметические операции над пределами

Монотонные последовательности

Число e

Задача о непрерывном начислении процентов

Тема 8. Дифференциальное исчисление функции одного переменного

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Производная и дифференциал.

Геометрический, физический, экономический смысл производной

Тема 9. Интегральное исчисление

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Первообразная функция и неопределенный интеграл

Свойства неопределенного интеграла

Неопределенный интеграл от основных элементарных функций

Тема 10. Функции нескольких переменных

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Экстремум, наибольшее и наименьшее значения функций многих переменных

Условный экстремум: метод подстановки и метод множителей Лагранжа

Метод наименьших квадратов

Тема 11. Введение в теорию вероятностей

Учебные цели: рассмотреть основные понятия и теоремы теории вероятностей

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Событие

сумма событий

произведение событий

вероятностное пространство

конечное вероятностное пространство

классическое определение вероятности геометрические вероятности

Независимость событий

Формула полной вероятности

Формула Байеса

Последовательности испытаний

Схема Бернулли.

Тема 12. Случайные величины

Учебные цели: представление основных понятий и законов случайных величин

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Случайные величины: дискретная и непрерывная

Функция распределения вероятностей

Ряд распределения и функция распределения

Математическое ожидание

Дисперсия случайной величины

Модели законов распределения вероятностей, наиболее употребляемые в социально-экономических приложениях

Закон больших чисел и его следствие

Основные задачи математической статистики

Статистические методы обработки экспериментальных данных

Статистические гипотезы

Уровень значимости и мощность критерия

Нормальное распределение

Критерии для проверки сложных гипотез

Тема 13. Элементы математической статистики

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ

Статистические методы

Мощность критерия

Эффективность оценок

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Цели, содержание, технологии, контроль при изучении предмета рассматриваются с учетом интересов обучаемого. Создается индивидуальная траектория его развития. Главным агентом образовательного процесса в парадигме преподавания выступает преподаватель, который разрабатывает среду, но необязательно должен присутствовать и участвовать в каждой учебной активности студентов. Успех является индивидуальным достижением.

Рекомендуемые средства, методы обучения, способы учебной деятельности, применение которых для освоения конкретных модулей рабочей учебной программы наиболее эффективно:

- обучение теоретическому материалу рекомендуется основывать на основной и дополнительной литературе, изданных типографским или электронным способом конспектах лекций; рекомендуется в начале семестра ознакомить студентов с программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего промежуточного и итогового контроля знаний, что ориентирует и поощрит студентов к активной самостоятельной работе;

- на практических занятиях закрепляются и уточняются знания, полученные на лекциях и во время самостоятельной подготовки. Для развития творческих способностей студентов на семинарах активно используются такие методы как дискуссия, мозговой штурм, обмен мнениями по проблемным вопросам, обсуждение докладов, сообщений. Подчеркнем, что при использовании интерактивных форм роль преподавателя резко меняется, перестаёт быть центральной, он лишь регулирует процесс и занимается его общей организацией, готовит заранее необходимые задания и формулирует вопросы или темы для обсуждения в группах, даёт консультации, контролирует время и порядок выполнения намеченного плана. Участники обращаются к социальному опыту – собственному и других людей, при этом им приходится вступать в коммуникацию друг с другом, совместно решать поставленные задачи, преодолевать конфликты, находить общие точки соприкосновения, идти на компромиссы.

В результате проведения практических занятий выявляются способности обучаемых применять полученные компетенции для решения задач, связанных с дальнейшей деятельностью выпускника.

Перечень литературы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Самсонова С. А. Практикум по математической статистике: учебное пособие [Электронный ресурс] / Архангельск: САФУ, 2015. - 97с. – 978-5-261-01090-6// <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436411>
2. Кундышева Е. С. Математические методы и модели в экономике: учебник [Электронный ресурс] / М.:Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 286с. - 978-5-394-02488-7 <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450755>
3. Кузнецов Б. Т. Математика: учебник [Электронный ресурс] / М.:Юнити-Дана, 2015. - 719с. - 5-238-00754-X <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717>
4. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 8-е изд. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 432 с.: табл., граф. - (Учебные издания для бакалавров). - ISBN 978-5-394-01943-2; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450779>

Задания для реализации самостоятельной работы

Тема	Задания для самостоятельной работы
Тема 1 Начала аналитической геометрии	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.

Тема 2 Элементы матричного анализа	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 3 Системы линейных уравнений	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 4 Комплексные числа и многочлены	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 5 Основы теории оптимизации	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 6 Введение в математический анализ	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 7 Предел и непрерывность	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 8 Дифференциальное исчисление функции одного переменного	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 9 Интегральное исчисление	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 10 Функции нескольких переменных	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 11 Введение в теорию вероятностей	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 12 Случайные величины	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.
Тема 13 Элементы математической статистики	Поиск и анализ дополнительной учебной литературы или иного материала. Составление конспекта.

Тесты

Тест №1

Координаты центра окружности, заданной уравнением $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$	1) $(2;-3)$; 2) $(2;3)$; 3) $(-2;3)$.
---	--

Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ равен...	1) 53; 2) 5; 3) 6.
Результатом произведения матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ является матрица...	1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 5x^2 - 9}{14x^3 - 18x^2 + 6x - 1}$ равен...	1) $\frac{1}{2}$; 2) 9; 3) $-\frac{5}{18}$.
Производная функции $y = \ln \sqrt{\cos x}$ в точке $x_0 = 0$ равна...	1) $-\frac{1}{2}$; 2) 1; 3) 0.

Тест №2

1. Уравнение окружности с центром в точке $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ и радиусом $R = \frac{1}{2}$ имеет вид...	1) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$; 2) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$; 3) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{2}$.
2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ равен...	1) -1; 2) 61; 3) 1.
3. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ равно	1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; 3) правильный ответ не указан.
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{5x^3 + 2x^2 - 1}$ равен	1) $\frac{2}{5}$; 2) -1; 3) $-\frac{1}{2}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$ равен	1) e^3 ; 2) 1; 3) ∞ .

Тест №3

1. Дано уравнение окружности $(x + 6)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{160}{9}$. Координаты центра этой окружности...	1) $\left(6; -\frac{4}{3}\right)$; 2) $\left(-6; \frac{4}{3}\right)$; 3) $\left(6; \frac{4}{3}\right)$.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{x^3 - 1}$ равен...	1) -2; 2) -1; 3) 2.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$ равен...	1) 6; 2) 0; 3) 3.
4. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x^2 + xy + y^2$ в точке (1; 2) равна...	1) 7; 2) 9; 3) 5.

Тест №4

1. Если (x, y) решение системы $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 7. \end{cases}$ Тогда значение выражения $13(x - y)$ равно...	1) 108; 2) 2,6; 3) 40.
2. Уравнение прямой $3x - 6y + 12 = 0$ в отрезках имеет вид...	1) $\frac{x}{6} - \frac{y}{3} = 1$; 2) $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$; 3) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{\sin 5x - \sin 4x}$ равен...	1) 1; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{1}{2}$.
4. Полный дифференциал функции $z = f(x, y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4$ равен	1) $dz = (y^3 - 6x^2y)dx + (3xy^2 - 2x^3 + 8y^3)dy$; 2) $dz = (3xy^2 - 6x^2)dx + (y^3 - 2x^3)dy$; 3) $dz = (y^3 - 6x^2y)dx + (3xy^2 - 2x^3 + 8y^3)dy$.

Тест №5

1. Уравнение окружности с центром в точке $(1; 2)$ и радиусом $R=2$ имеет вид...	1) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$; 2) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$; 3) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.
2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ равен...	1) 4; 2) 2; 3) 10.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$ равен...	1) 3; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) 1.
4. Производная функции $y = x \ln(x^2 + 1) + \ln 5$ в точке $x_0 = -2$ равна...	1) $\ln 5 + 1,6$; 2) $\ln 5 + 1$; 3) $\ln 5 + 0,8$.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**7.1 Основная литература**

1. Самсонова С. А. Практикум по математической статистике: учебное пособие [Электронный ресурс] / Архангельск: САФУ, 2015. - 97с. - 978-5-261-01090-6//
2. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436411>
3. Кундышева Е. С. Математические методы и модели в экономике: учебник [Электронный ресурс] / М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 286с. - 978-5-394-02488-7 <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450755>
4. Краткий курс высшей математики : учебник : [16+] / К.В. Балдин, Ф.К. Балдин, В.И. Джеффаль и др. ; под общ. ред. К.В. Балдина. - 4-е изд., стер. - Москва : Дашков и К°, 2020. - 512 с. : ил. - Режим доступа: по подписке. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573171>
5. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 8-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 432 с.: табл., граф. -

7.2 Дополнительная литература

1. Яковлев В. П. Эконометрика: учебник [Электронный ресурс] / М.:Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о»,2016. -384с. - 978-5-394-02532-7
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453368>
2. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н.. Высшая математика для экономистов: учебник [Электронный ресурс] / М.:Юнити-Дана,2015. -482с. - 978-5-238-00991-9
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541>
3. Уткин В. Б., Балдин К. В., Рукосуев А. В.. Математика и информатика: учебное пособие [Электронный ресурс] / М.:Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о»,2016. -468с. - 978-5-394-01925-8
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453364>
4. Кундышева Е. С.. Математика : учебник для экономистов [Электронный ресурс] / М.:Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о»,2015. -562с. - 978-5-394-02261-6
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452840>
5. Вахрушева Н. В.. Финансовая математика: учебное пособие [Электронный ресурс] / М.|Берлин:Директ-Медиа,2014. -180с. - 978-5-4475-2505-7
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258793>
6. Елецких, И.А. Математика : учебное пособие / И.А. Елецких, Т.М. Сафронова, Н.В. Черноусова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Кафедра математики и методики её преподавания. - Елец : Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2016. - Ч. 2. - 144 с. : граф., ил. - ISBN 978-5-94809-817-3. - ISBN 978-5-94809-896-8 (ч. 2) ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498148>
7. Елецких, И.А. Математика : учебное пособие / И.А. Елецких, Т.М. Сафронова, Н.В. Черноусова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Кафедра математики и методики её преподавания. - Елец : Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2016. - Ч. 1. - 198 с. : граф., ил. - ISBN 978-5-94809-817-3. - ISBN 978-5-94809-816-6 (ч. 1) ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498149>
8. Шабаршина, И.С. Математика : учебник / И.С. Шабаршина ; Министерство науки и высшего образования РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет». - Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2017. - Ч. 1. - 163 с. : ил. - Библиогр.: с. 159 - ISBN 978-5-9275-2431-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500053>
9. Фоминых, Е.И. Математика: практикум : учебное пособие / Е.И. Фоминых. - Минск : РИПО, 2017. - 440 с. - Библиогр.: с. 320 - ISBN 978-985-503-702-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=487914>
10. Черепанова, С.А. Математика : учебное пособие / С.А. Черепанова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный технологический университет», Лесосибирский филиал. - Красноярск : СибГТУ, 2012. - Ч. I. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и введение в анализ. - 80 с. : табл., схем. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428846>

8. ПЕРЕЧЕНЬ СОВРЕМЕННЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

Современные профессиональные базы данных:

Федеральная служба государственной статистики Российской Федерации [http:// www.gks.ru](http://www.gks.ru)

Информационные справочные системы

Яндекс <https://yandex.ru/>

Рамблер <https://www.rambler.ru/>

Google <https://www.google.ru/>

Mail.ru <https://mail.ru/>

Справочно-правовая система «Консультант плюс» - <http://base.consultant.ru>

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) используются электронные образовательные ресурсы, размещенные в электронной информационно - образовательной среде университета (ЭИОС ГГТУ):

Учебно-методические материалы и электронные образовательные ресурсы к ООП:

<http://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=3364>

9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none">- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор: к.пед.н. Ежкова В.Г.

Программа утверждена на заседании кафедры математики и экономики от 26 июня 2023 года, протокол №_8_

Зав. кафедрой Каменских Н.А.

Министерство образования Московской области

**Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.04Математика

Направление подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

**Направленность (профиль) программы
Правовое регулирование в государственном и муниципальном управлении**

Квалификация выпускника Бакалавр

Форма обучения –очная

2023г.

1.1 Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения универсальной компетенции
УК-10 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	<p>УК-10.1 Понимает базовые принципы экономического развития и функционирования экономики, цели и формы участия государства в экономике</p> <p>УК-10.2 Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски</p>

1.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания¹

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1.	Тест (показатель компетенции «Знание»)	Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень знаний .	Тестовые задания	<p>Оценка «Отлично»: в тесте выполнено более 90% заданий.</p> <p>Оценка «Хорошо»: в тесте выполнено более 75 % заданий.</p> <p>Оценка «Удовлетворительно»: в тесте выполнено более 60 % заданий.</p> <p>Оценка «Неудовлетворительно»: в тесте выполнено менее 60 % заданий.</p>
2.	Опрос (показатель компетенции «Умение»)	Форма работы, которая позволяет оценить кругозор, умение логически построить ответ, умение продемонстрировать монологическую речь и иные коммуникативные навыки. Устный опрос обладает большими возможностями воспитательного воздействия,	Вопросы к опросу	<p>Оценка «Отлично»: продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; есть логика рассуждений.</p> <p>Оценка «Хорошо»: продемонстрированы предполагаемые ответы; есть логика рассуждений, но неточно использован алгоритм обоснований во время рассуждений.</p> <p>Оценка «Удовлетворительно»: продемонстрированы предполагаемые ответы, но неправильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; отсутствует логика рассуждений.</p> <p>Оценка «Неудовлетворительно»: ответы не представлены.</p>

¹ Оценка «Отлично» и «Хорошо» соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «Удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «Неудовлетворительно» соответствует показателю «компетенция не освоена»

		создавая условия для неформального общения.		
3.	Расчетная работа (решение задач) (показатель компетенции «Владение»)	Средство проверки владения навыками применения полученных знаний по заранее определенной методике для решения задач.	Задачи	Оценка <i>«Отлично»</i> : продемонстрировано понимание методики решения задачи и ее применение. Решение качественно оформлено (аккуратность, логичность). Использован нетрадиционный подход к решению задачи. Оценка <i>«Хорошо»</i> : продемонстрировано понимание методики решение и ее применение. Решение задачи оформлено. Оценка <i>«Удовлетворительно»</i> : продемонстрировано понимание методики решения и частичное ее применение. Оценка <i>«Неудовлетворительно»</i> : задача не решена.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

1.	Экзамен	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.	Вопросы к экзамену	Оценка <i>«Отлично»</i> : знание теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему); умение анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса; глубоко понимать, осознавать материал; владение аналитическим способом изложения вопроса, научных идей; навыками аргументации и анализа фактов, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии. Оценка <i>«Хорошо»</i> : знание основных теоретических положений вопроса; умение анализировать явления, факты, действия в рамках вопроса; содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса. Но имеет место недостаточная полнота по излагаемому вопросу. владение аналитическим способом изложения вопроса и навыками аргументации. Оценка <i>«Удовлетворительно»</i> : знание теории вопроса фрагментарно (неполнота изложения информации; оперирование понятиями на бытовом уровне); умение выделить главное, сформулировать выводы, показать связь в построении ответа не продемонстрировано; владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано. Оценка <i>«Неудовлетворительно»</i> : знание понятийного аппарата, теории вопроса, не продемонстрировано; умение анализировать учебный материал не продемонстрировано; владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано.
----	----------------	---	--------------------	---

1.3 Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы к экзамену

В контексте вопроса привести примеры применение математического аппарата в экономике и управлении

1. Понятие множества. Операции над множествами. Функциональная зависимость. Способы задания функций. Сложная функция.
2. Классификация функций: четные и нечетные, периодические и непериодические. Ограниченные функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Монотонность функций. Обратная функция.
3. Графики основных элементарных функций: линейной, модуля, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических, обратных тригонометрических функций. Функции полезности, спроса и предложения.
4. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел числовой

- последовательности. Арифметические операции над пределами.
5. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Монотонные последовательности. Число e . Задача о непрерывном начислении процентов.
 6. Предел функции в точке. Два замечательных предела.
 7. Непрерывность функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями.
 8. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность некоторых элементарных функций. Точки разрыва функций, их классификация.
 9. Производная и дифференциал. Геометрический, физический, экономический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производные высших порядков.
 10. Схема вычисления производной. Правила дифференцирования. Производная основных элементарных функций.
 11. Производная сложной и обратной функций.
 12. Экономическое приложение производных.
 13. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Схема исследования функции на экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, заданной на отрезке.
 14. Выпуклость функции и точки перегиба. Схема исследования функции на выпуклость и точки перегиба.
 15. Асимптоты. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
 16. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл от основных элементарных функций.
 17. Интегрирование заменой переменного и по частям. Интегрирование рациональных функций.
 18. Интегрирование некоторых иррациональных функций и тригонометрических выражений.
 19. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
 20. Понятие функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня. Функции полезности и кривые безразличия.
 21. Частные производные. Дифференциалы функций нескольких переменных.
 22. Условный экстремум: метод подстановки и метод множителей Лагранжа.
 23. Метод наименьших квадратов.
 24. Метод координат. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное и векторное произведение векторов.
 25. Прямая на плоскости. Уравнение прямой в отрезках. Нормальная форма уравнения прямой.
 26. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
 27. Плоскость. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальная форма уравнения плоскости.
 28. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой, плоскости.
 29. Понятие матрицы $n \times m$. Действия над матрицами (умножение на число, сложение) и их свойства. Умножение матриц. Транспонирование матриц.
 30. Перестановки. Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителей. Ранг матрицы.
 31. Линейные операторы и матрицы. Собственные векторы линейных операторов.
 32. Квадратичные формы.
 33. Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения таких систем.
 34. Линейная система из n уравнений с n неизвестными, метод Крамера.
 35. Обратная матрица и её свойства. Матричная форма записи системы уравнений. Решение линейных систем из n уравнений с n неизвестными в матричной форме.
 36. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Применение комплексных чисел при решении квадратных уравнений.
 37. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение в натуральную степень и извлечение корня n -ной степени из комплексного числа.
 38. Постановка и различные формы записи задач линейного программирования. Стандартная и каноническая формы представления, геометрическая интерпретация задач линейного программирования.
 39. Симплекс-метод и симплексные таблицы. Экономическая интерпретация элементов таблицы.
 40. Двойственные задачи и методы, их интерпретация.
 41. Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи.
 42. Динамическое программирование. Решение простейшей задачи управления ресурсами методом динамического программирования.
 43. Вероятностное пространство, конечное вероятностное пространство, классическое определение вероятности, геометрические вероятности.
 44. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теорема умножения.
 45. Независимость событий. Схема Бернулли.
 46. Дискретные случайные величины и способы их описания. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
 47. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства.
 48. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, функция плотности вероятности, математическое ожидание, дисперсия, стандартное (среднее квадратичное) отклонение.
 49. Нормальное распределение.
 50. Функции от случайных величин.
 51. Основные задачи математической статистики. Статистические гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия.
 52. Приведите примеры применения основ экономических знаний в математике.
 53. Экономические решения в различных областях жизнедеятельности на основе аналитических методов.

Вопросы к опросу

1. Понятие множества.
2. Операции над множествами.
3. Классификация функций.

4. Числовые последовательности.
5. Арифметические операции над пределами.
6. Предел функции в точке.
7. Два замечательных предела.
8. Непрерывность функции в точке.
9. Арифметические действия над непрерывными функциями.
10. Непрерывность функции на множестве.
11. Непрерывность некоторых элементарных функций.
12. Производная и дифференциал.
13. Геометрический, физический, экономический смысл производной.
14. Схема вычисления производной.
15. Правила дифференцирования.
16. Производная основных элементарных функций.
17. Производная сложной и обратной функций.
18. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
19. Неопределенный интеграл от основных элементарных функций.
20. Интегрирование рациональных функций.
21. Интегрирование некоторых иррациональных функций и тригонометрических выражений.
22. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла.
23. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Понятие функции нескольких переменных.
25. Частные производные. Дифференциалы функций нескольких переменных.
26. Условный экстремум: метод подстановки и метод множителей Лагранжа.
27. Метод наименьших квадратов.

Тестовые задания

Тест №1

Координаты центра окружности, заданной уравнением $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$	1) $(2; -3)$; 2) $(2; 3)$; 3) $(-2; 3)$.
Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ равен...	1) 53; 2) 5; 3) 6.
Результатом произведения матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ является матрица...	1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 5x^2 - 9}{14x^3 - 18x^2 + 6x - 1}$ равен...	1) $\frac{1}{2}$; 2) 9; 3) $-\frac{5}{18}$.
Производная функции $y = \ln \sqrt{\cos x}$ в точке $x_0 = 0$ равна...	1) $-\frac{1}{2}$; 2) 1; 3) 0.

Тест №2

1. Уравнение окружности с центром в точке $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ и радиусом $R = \frac{1}{2}$ имеет вид...	1) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$; 2) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$; 3) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{2}$.
2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ равен...	1) -1; 2) 61; 3) 1.

3. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ равно	1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; 3) правильный ответ не указан.
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{5x^3 + 2x^2 - 1}$ равен	1) $\frac{2}{5}$; 2) -1 ; 3) $-\frac{1}{2}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$ равен	1) e^3 ; 2) 1; 3) ∞ .

Тест №3

1. Дано уравнение окружности $(x + 6)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{160}{9}$. Координаты центра этой окружности...	1) $\left(6; -\frac{4}{3}\right)$; 2) $\left(-6; \frac{4}{3}\right)$; 3) $\left(6; \frac{4}{3}\right)$.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{x^3 - 1}$ равен...	1) -2 ; 2) -1 ; 3) 2.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$ равен...	1) 6; 2) 0; 3) 3.
4. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x^2 + xy + y^2$ в точке (1; 2) равна...	1) 7; 2) 9; 3) 5.

Тест №4

2. Если (x, y) решение системы $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 7. \end{cases}$ Тогда значение выражения $13(x - y)$ равно...	1) 108; 2) 2,6; 3) 40.
2. Уравнение прямой $3x - 6y + 12 = 0$ в отрезках имеет вид...	1) $\frac{x}{6} - \frac{y}{3} = 1$; 2) $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$; 3) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{\sin 5x - \sin 4x}$ равен...	1) 1; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{1}{2}$.
4. Полный дифференциал функции $z = f(x, y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4$ равен	1) $dz = (y^3 - 6x^2y)dx + (3xy^2 - 2x^3 + 8y^3)dy$; 2) $dz = (3xy^2 - 6x^2)dx + (y^3 - 2x^3)dy$; 3) $dz = (y^3 - 6x^2y)dx + (3xy^2 - 2x^3 + 8y^3)dy$.

Тест №5

1. Уравнение окружности с центром в точке (1;2) и радиусом R=2 имеет вид...	1) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$; 2) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$; 3) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.
2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ равен...	1) 4; 2) 2; 3) 10.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$ равен...	1) 3; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) 1.
4. Производная функции $y = x \ln(x^2 + 1) + \ln 5$	1) $\ln 5 + 1,6$; 2) $\ln 5 + 1$; 3) $\ln 5 + 0,8$.

в точке $x_0 = -2$ равна...

Задачи

Линейная алгебра

Блок 1. Начала аналитической геометрии

1. Дан параллелограмм ABCD. Три вершины, которого заданы (табл.). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.

Вариант	A	B	C
1	(-1;-2;3)	(-4;1 ;2)	(5 ;2 ;7)
2	(1; 2; 3)	(3;-4 ;-2)	(-4 ;-3 ;2)
3	(2 ;-3 ;-1)	(-3;5 ;3)	(4 ;3 ;-4)
4	(3 ;-4 ;2)	(-5 ;2 ;-3)	(-1; 7 ;-2)
5	(-5;2 ;4)	(-3;-4 ;2)	(6 ;-3 ;-3)
6	(-4 ;-3 ;5)	(2 ;-5 ;6)	(-2 ;3 ;-5)
7	(4 ;2 ;-3)	(-5;6 ;-4)	(-2;-3 ;4)
8	(-3;2 ;6)	(-4 ;-5 ;-2)	(1 ;-3 ;-5)
9	(-3 ;-1 ;2)	(5 ;3 ;-3)	(3 ;-4 ;4)
10	(2 ;4 ;-5)	(-4 ;2 ;-3)	(-3 ;-3 ;6)

2. Написать разложение вектора \mathbf{x} по векторам \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{r} .

- $\mathbf{x} = \{-2, 4, 7\}$, $\mathbf{p} = \{0, 1, 2\}$, $\mathbf{q} = \{1, 0, 1\}$, $\mathbf{r} = \{-1, 2, 4\}$.
- $\mathbf{x} = \{6, 12, -1\}$, $\mathbf{p} = \{1, 3, 0\}$, $\mathbf{q} = \{2, -1, 1\}$, $\mathbf{r} = \{0, -1, 2\}$.
- $\mathbf{x} = \{1, -4, 4\}$, $\mathbf{p} = \{2, 1, -1\}$, $\mathbf{q} = \{0, 3, 2\}$, $\mathbf{r} = \{1, -1, 1\}$.
- $\mathbf{x} = \{-9, 5, 5\}$, $\mathbf{p} = \{4, 1, 1\}$, $\mathbf{q} = \{2, 0, -3\}$, $\mathbf{r} = \{-1, 2, 1\}$.
- $\mathbf{x} = \{-5, -5, 5\}$, $\mathbf{p} = \{-2, 0, 1\}$, $\mathbf{q} = \{1, 3, -1\}$, $\mathbf{r} = \{0, 4, 1\}$.
- $\mathbf{x} = \{13, 2, 7\}$, $\mathbf{p} = \{5, 1, 0\}$, $\mathbf{q} = \{2, -1, 3\}$, $\mathbf{r} = \{1, 0, -1\}$.
- $\mathbf{x} = \{-19, -1, 7\}$, $\mathbf{p} = \{0, 1, 1\}$, $\mathbf{q} = \{-2, 0, 1\}$, $\mathbf{r} = \{3, 1, 0\}$.
- $\mathbf{x} = \{3, -3, 4\}$, $\mathbf{p} = \{1, 0, 2\}$, $\mathbf{q} = \{0, 1, 1\}$, $\mathbf{r} = \{2, -1, 4\}$.
- $\mathbf{x} = \{3, 3, -1\}$, $\mathbf{p} = \{3, 1, 0\}$, $\mathbf{q} = \{-1, 2, 1\}$, $\mathbf{r} = \{-1, 0, 2\}$.
- $\mathbf{x} = \{-1, 7, -4\}$, $\mathbf{p} = \{-1, 2, 1\}$, $\mathbf{q} = \{2, 0, 3\}$, $\mathbf{r} = \{1, 1, -1\}$.

3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

- $A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.
- $A(0, -3, 6)$, $B(-12, -3, -3)$, $C(-9, -3, -6)$.
- $A(3, 3, -1)$, $B(5, 5, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- $A(-1, 2, -3)$, $B(3, 4, -6)$, $C(1, 1, -1)$.
- $A(-4, -2, 0)$, $B(-1, -2, 4)$, $C(3, -2, 1)$.
- $A(5, 3, -1)$, $B(5, 2, 0)$, $C(6, 4, -1)$.
- $A(-3, -7, -5)$, $B(0, -1, -2)$, $C(2, 3, 0)$.
- $A(2, -4, 6)$, $B(0, -2, 4)$, $C(6, -8, 10)$.
- $A(0, 1, -2)$, $B(3, 1, 2)$, $C(4, 1, 1)$.
- $A(3, 3, -1)$, $B(1, 5, -2)$, $C(4, 1, 1)$.

4. Коллинеарны ли векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} ?

1. $\mathbf{a} = \{2, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 2\}$.

2. $\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{b} = \{2, 3, 4\}$, $\mathbf{c} = \{3, 1, -1\}$.

3. $\mathbf{a} = \{1, 5, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 1, -1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 1\}$.

4. $\mathbf{a} = \{1, -1, -3\}$, $\mathbf{b} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 3, 4\}$.

5. $\mathbf{a} = \{3, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 1\}$.

6. $\mathbf{a} = \{3, 1, -1\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -1, 0\}$, $\mathbf{c} = \{5, 2, -1\}$.

7. $\mathbf{a} = \{4, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 2\}$.

8. $\mathbf{a} = \{4, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{6, 7, 4\}$, $\mathbf{c} = \{2, 0, -1\}$.

9. $\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -3, -7\}$, $\mathbf{c} = \{1, 2, 3\}$.

10. $\mathbf{a} = \{3, 7, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-2, 0, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 1\}$.

5. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 .

1. $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(1, 5, -4)$, $M_3(-5, -2, 0)$, $M_0(-12, 7, -1)$.

2. $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$, $M_0(1, -6, -5)$.

3. $M_1(-3, -1, 1)$, $M_2(-9, 1, -2)$, $M_3(3, -5, 4)$, $M_0(-7, 0, -1)$.

4. $M_1(1, -1, 1)$, $M_2(-2, 0, 3)$, $M_3(2, 1, -1)$, $M_0(-2, 4, 2)$.

5. $M_1(1, 2, 0)$, $M_2(1, -1, 2)$, $M_3(0, 1, -1)$, $M_0(2, -1, 4)$.

6. $M_1(1, 0, 2)$, $M_2(1, 2, -1)$, $M_3(2, -2, 1)$, $M_0(-5, -9, 1)$.

7. $M_1(1, 2, -3)$, $M_2(1, 0, 1)$, $M_3(-2, -1, 6)$, $M_0(3, -2, -9)$.

8. $M_1(3, 10, -1)$, $M_2(-2, 3, -5)$, $M_3(-6, 0, -3)$, $M_0(-6, 7, -10)$.

9. $M_1(-1, 2, 4)$, $M_2(-1, -2, -4)$, $M_3(3, 0, -1)$, $M_0(-2, 3, 5)$.

10. $M_1(0, -3, 1)$, $M_2(-4, 1, 2)$, $M_3(2, -1, 5)$, $M_0(-3, 4, -5)$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overline{BC} .

1. $A(1, 0, -2)$, $B(2, -1, 3)$, $C(0, -3, 2)$.

2. $A(-1, 3, 4)$, $B(-1, 5, 0)$, $C(2, 6, 1)$.

3. $A(4, -2, 0)$, $B(1, -1, -5)$, $C(-2, 1, -3)$.

4. $A(-8, 0, 7)$, $B(-3, 2, 4)$, $C(-1, 4, 5)$.

5. $A(7, -5, 1)$, $B(5, -1, -3)$, $C(3, 0, -4)$.

6. $A(-3, 5, -2)$, $B(-4, 0, 3)$, $C(-3, 2, 5)$.

7. $A(1, -1, 8)$, $B(-4, -3, 10)$, $C(-1, -1, 7)$.

8. $A(-2, 0, -5)$, $B(2, 7, -3)$, $C(1, 10, -1)$.

9. $A(1, 9, -4)$, $B(5, 7, 1)$, $C(3, 5, 0)$.

10. $A(-7, 0, 3)$, $B(1, -5, -4)$, $C(2, -3, 0)$.

7. Найти угол между плоскостями.

1. $x - 3y + 5 = 0, \quad 2x - y + 5z - 16 = 0.$
2. $x - 3y + z - 1 = 0, \quad x + z - 1 = 0.$
3. $4x - 5y + 3z - 1 = 0, \quad x - 4y - z + 9 = 0.$
4. $3x - y + 2z + 15 = 0, \quad 5x + 9y - 3z - 1 = 0.$
5. $6x + 2y - 4z + 17 = 0, \quad 9x + 3y - 6z - 4 = 0.$
6. $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0, \quad x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0.$
7. $3y - z = 0, \quad 2y + z = 0.$
8. $6x + 3y - 2z = 0, \quad x + 2y + 6z - 12 = 0.$
9. $x + 2y + 2z - 3 = 0, \quad 16x + 12y - 15z - 1 = 0.$
10. $2x - y + 5z + 16 = 0, \quad x + 2y + 3z + 8 = 0.$

Блок 2. Элементы матричного анализа

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если задан многочлен

$$f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 9x - 1 \text{ и матрица } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу $C = A \times (B \times A)^{-1} + (B^T \times A)^T \times B^{-1}$, предварительно приведя ее к более простому виду, если даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Двумя способами найти A^{-1} данной матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$

4. Решить матричное уравнение:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) X \times \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times X \times \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

5. Найти ранг матрицы, приведением к ступенчатому виду: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

6. Вычислить определитель четвертого порядка: $\begin{vmatrix} -2 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

Блок 3. Система линейных уравнений

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Жордана–Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ -2x_1 - 2x_3 = 16. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_3 = -6. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных уравнений. Указать общее решение и фундаментальную систему решений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 0, \\ -7x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ -3x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 0. \end{cases}$$

6. Имеются три банка 1, 2 и 3, каждый из которых начисляет вкладчику определенный годовой процент (свой для каждого банка). В начале года $1/3$ вклада размером 6000 ден. ед. вложили в банк 1, $1/2$ вклада - в банк 2 и оставшуюся часть - в банк 3. К концу года сумма этих вкладов возросла до 7250 ден. ед. Если бы первоначально $1/6$ вклада положили в банк 1, $2/3$ вклада - в банк 2, $1/6$ вклада - в банк 3, то к концу года сумма вклада составила бы 7200 ден. ед. Если бы $1/2$ вклада положили в банк 1, $1/6$ вклада - в банк 2 и $1/3$ вклада - в банк 3, то сумма вкладов к концу года составила бы вновь 7250 ден. ед. Какой процент выплачивает каждый банк?

7. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трех видов обуви: сапог, кроссовок и ботинок, при этом используется сырье трех типов А, В, С. Нормы расхода каждого вида сырья на одну пару обуви и объем расхода сырья на 1 день заданы в таблице:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну пару, усл. ед.			Расход сырья на 1 день, усл. ед.
	Сапоги	Кроссовки	Ботинки	
А	5	3	4	2700
В	2	1	1	800
С	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида обуви.

8. Предприятие производит X единиц продукции. Установлено, что зависимость финансовых накоплений от объема выпуска задается формулой $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$. Определить максимально возможную величину финансовых накоплений.

На математическом языке, необходимо найти наибольшее значение функции. Финансовые накопления предприятия растут при увеличении объема производства до 100 единиц, достигая суммы 39000 ден. ед. Дальнейший рост производства нецелесообразен, так как он приведет к сокращению финансовых накоплений.

Математический анализ

Блок 4. Введение в математический анализ

Вычислить пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$.

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.

6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x + x^5}$.

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$.

9. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$.

10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$.

Блок 5. Предел и непрерывность

Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

7. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}[2\pi(x+1/2)]}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}.$$

$$1. \quad 9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1+2x)}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}.$$

8. Первоначальный вклад, положенный в банк под 10% годовых, составил 6 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет при начислении процентов: а)ежегодном; б)ежеквартальном; в)непрерывном.

Блок 6. Дифференциальное исчисление функции одного переменного

Найти дифференциал.

$$1. \quad y = \arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x > 0.$$

$$4. \quad y = \arccos\left(\frac{(x^2-1)}{(x^2\sqrt{2})}\right).$$

$$2. \quad y = x \ln|x + \sqrt{x^2+3}| - \sqrt{x^2+3}.$$

$$5. \quad y = \ln\left(\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}\right).$$

$$3. \quad y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x.$$

$$6. \quad y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x.$$

1. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$1. \quad y = \left(x + \sqrt{5-x^2}\right)/2, \quad x = 0,98.$$

$$3. \quad y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27,54.$$

$$2. \quad y = \arcsin x, \quad x = 0,08.$$

$$4. \quad y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$$

9. Найти производную.

$$1. \quad y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$$

$$2. \quad y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}.$$

$$3. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}.$$

$$4. y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}.$$

$$5. y = \frac{(1 + x^8)\sqrt{1 + x^8}}{12x^{12}}.$$

$$6. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1 - 3x^4}}.$$

$$7. y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4 + x^2)^3}}{120x^5}.$$

$$8. y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}.$$

$$9. y = \frac{4 + 3x^3}{x^3\sqrt{(2 + x^3)^2}}.$$

$$10. y = \sqrt[3]{\frac{(1 + x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}.$$

10. Найти производную.

$$1. y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}). \quad 2. y = e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x)/8.$$

$$3. y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}.$$

$$4. y = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x}.$$

$$5. y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1}.$$

$$6. y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}.$$

$$7. y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x. \quad 8. y = \ln(e^x + 1) + \frac{18e^{2x} + 27e^x + 11}{6(e^x + 1)^3}.$$

$$9. y = \frac{2(\sqrt{2^x - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{2^x - 1})}{\ln 2}.$$

$$10. y = 2(x - 2)\sqrt{1 + e^x} - 2 \ln \frac{\sqrt{1 + e^x} - 1}{\sqrt{1 + e^x} + 1}.$$

11. Найти производную указанного порядка.

$$1. y = (2x^2 - 7) \ln(x - 1), \quad y^v = ? \quad 2. y = (3 - x^2) \ln^2 x, \quad y^{III} = ?$$

$$3. y = x \cos x^2, \quad y^{III} = ?$$

$$4. y = \frac{\ln(x - 1)}{\sqrt{x - 1}}, \quad y^{III} = ?$$

$$5. y = \frac{\log_2 x}{x^3}, \quad y^{III} = ?$$

$$6. y = (4x^3 + 5)e^{2x+1}, \quad y^v = ?$$

$$7. y = x^2 \sin(5x - 3), \quad y^{III} = ?$$

$$8. y = \frac{\ln x}{x^2}, \quad y^{IV} = ?$$

$$9. y = (2x + 3) \ln^2 x, \quad y^{III} = ?$$

$$10. y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x, \quad y^{III} = ?$$

Блок 7. Интегральное исчисление

1. Какая функция называется первообразной?
2. Что такое неопределенный интеграл от функции?
3. Перечислите методы вычисления неопределенных интегралов. Выявите особенности каждого.
4. Вычислить неопределенные интегралы.

$$1. \int (4 - 3x)e^{-3x} dx.$$

$$3. \int (3x + 4)e^{3x} dx.$$

$$5. \int (4 - 16x)\sin 4x dx.$$

$$7. \int (1 - 6x)e^{2x} dx.$$

$$9. \int \ln(4x^2 + 1) dx.$$

$$2. \int \operatorname{arctg} \sqrt{4x - 1} dx.$$

$$4. \int (4x - 2)\cos 2x dx.$$

$$6. \int (5x - 2)e^{3x} dx.$$

$$8. \int \ln(x^2 + 4) dx.$$

$$10. \int (2 - 4x)\sin 2x dx.$$

5. Вычислить определенные интегралы.

$$1. \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx.$$

$$3. \int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1 + x^2} dx.$$

$$5. \int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$$

$$7. \int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1 + 4x^2} dx.$$

$$9. \int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}.$$

$$2. \int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2}.$$

$$4. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4}.$$

$$6. \int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx.$$

$$8. \int_1^4 \frac{1/(2\sqrt{x}) + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx.$$

$$10. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x + 1/x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

6. Вычислить определенные интегралы.

$$1. \int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}.$$

$$3. \int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)}.$$

$$5. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx.$$

$$7. \int_{2 \operatorname{arctg}(1/3)}^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)}.$$

$$9. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}.$$

$$2. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}.$$

$$4. \int_{2 \operatorname{arctg}(1/2)}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1 - \cos x)^3}.$$

$$6. \int_{2 \operatorname{arctg} 2}^{2 \operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{\cos x (1 - \cos x)}.$$

$$8. \int_{2 \operatorname{arctg}(1/2)}^{\pi/2} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2}.$$

$$10. \int_0^{2\pi/3} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx.$$

Блок 8. Комплексные числа и многочлены

1. Даны $z_1 = 12 + 5i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Даны $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = \sqrt{3} + i$. Представить их в тригонометрической форме. Найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^{10} , $\sqrt[3]{z_2}$.

3. Представить в алгебраической форме комплексное число \sqrt{i} .

4. Найти комплексное число $z = \frac{(-1-\sqrt{3}i)^{50}}{(-1+i)^{100}}$, выполнив действия.

5. Решить уравнения в комплексных числах:

$$z^2+z+1=0; \quad 2) z^4-4z^2+8=0; \quad 3) z^2+(3+2i)z-7+17i=0.$$

6. Изобразить на комплексной плоскости множество всех точек z , удовлетворяющих условию:

$$1) 1 \leq |3 + iz| < 2;$$

$$2) |z - 2| = |1 - 2\bar{z}|;$$

$$3) \begin{cases} 2 \leq |z| \leq 4, \\ \frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{3\pi}{4}. \end{cases}$$

Блок 9. Основы теории оптимизации

1. Найти максимум и минимум функции $P = x_1 + x_2$ при условиях:

$$2x_1 + 4x_2 < 16, \quad -4x_1 + 2x_2 < 8, \quad x_1 + 3x_2 > 9, \quad x_1, x_2 > 0.$$

2. Для изготовления трех видов изделий A, B , и C используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в следующей таблице:

Тип оборудования	Затраты времени (станко/ч) на обработку одного изделия вида			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч.)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (руб.)	10	14	12	

В этой же таблице указан общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а так же прибыль от реализации одного изделия данного вида. Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

3. Составить двойственную задачу по отношению к задаче, состоящей в максимизации функции $P = 2x_1 + x_2 + 3x_3$ при условиях: $-x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 12, \quad 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 24, \quad 3x_1 + x_2 + x_3 = 18, \quad x_1, x_2, x_3 > 0.$

4. Четыре предприятия данного экономического района для производства продукции используют три вида сырья. Потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 120, 50, 190 и 110 ед. Сырье сосредоточено в трех местах его получения, а запасы соответственно равны 160, 140, 170 ед. На каждое из предприятий сырье может завозиться из любого пункта его получения. Тарифы матрицей: перевозки являются известными величинами и задаются. Составить такой план перевозок, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

5. В определенный момент времени на предприятии установлено новое оборудование. Зависимость производительности этого оборудования от времени его использования предприятием, а также зависимость затрат на содержание и ремонт оборудования при различном времени его использования приведены в таблице:

Время t , в течение которого используется оборудование (лет)

	0	1	2	3	4	5
Годовой выпуск продукции в стоимостном выражении (тыс. руб.)	80	75	65	60	60	55
Ежегодные затраты связанные с содержанием и ремонтом оборудования (тыс. руб.)	20	25	30	35	45	55

Зная, что затраты, связанные с приобретением и установкой нового оборудования, идентичного с установленным, составляют 40 тыс. руб., а заменяемое оборудование списывается, составить такой план замены оборудования в течение 5 лет, при котором общая прибыль за данный период времени максимальна.

Блок 10. Функции нескольких переменных. Экономические приложения курса математики

1. Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли которых в минувшем году составила 12 млн. руб. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 70 %, а второго на 40 %. В результате суммарная прибыль должна вырасти в 1,5 раза.

Какова величина прибыли каждого из отделений:

1) в минувшем году;

2) в этом году.

2. Записать экономико-математическую модель следующей задачи.

Для выпуска изделий двух типов (A и B) на заводе используется сырье четырех видов (I, II, III, IV). Расход сырья каждого вида на изготовление единицы продукции задан в таблице.

Изделие	Сырье			
	I	II	III	IV
A	2	1	2	1
B	3	1	1	0

Запасы сырья составляют: I вида – 21 ед., II вида – 8 ед., III вида – 12 ед., IV вида – 5 ед. Выпуск одного изделия типа A приносит 3 ден. ед. прибыли, одного изделия B – 2 ден. ед.

Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль.

3. Фирмой было выделено 236 тыс. руб. для покупки 29 предметов для оборудования офиса: несколько компьютеров по цене

20 тыс. руб., офисных столов по 8,5 тыс. руб. за стол, стульев по 1,5 тыс. руб. за стул. Позже выяснилось, что в другом месте компьютеры можно приобрести по цене 19,5 тыс. руб., а столы по цене 8 тыс. руб. (стулья по той же цене), благодаря чему на ту же сумму было куплено на 1 стол больше. Выяснить, какое количество единиц каждого вида оборудования было приобретено фирмой.

4. Записать экономико-математическую модель следующей задачи.

На четырех станках (I, II, III, IV) обрабатываются два вида изделий (А и В), причем каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известны время обработки деталей на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль, получаемая от выпуска одной детали каждого вида. Эти данные приведены в таблице.

Станки	Время обработки деталей, ч.		Время работы станка за цикл производства, ч.
	А	В	
I	1	2	16
II	2	3	26
III	1	1	10
IV	3	1	24
Прибыль на одну деталь	4	1	

Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль при условии, что количество деталей вида В должно быть меньше количества деталей вида А.

5. Швейная фабрика в течение трех дней производила костюмы, плащи и куртки. Известны объемы выпуска продукции за три дня и денежные затраты на производство за эти дни:

День	Объем выпуска продукции (единиц)			Затраты (тыс. руб.)
	Костюмы	Плащи	Куртки	
Первый	50	10	30	176
Второй	35	25	20	168
Третий	40	20	30	184

Найти себестоимость единицы продукции каждого вида.

6. Записать экономико-математическую модель следующей задачи.

Совхоз закупает удобрения двух видов. В единице массы удобрения I-го вида содержатся 3 усл. ед химического вещества a , 2 усл. ед химического вещества b и 1 усл. ед химического вещества c ; в единице массы удобрения II-го вида содержатся 1 усл. ед химического вещества a , 1 усл. ед химического вещества b и 1 усл. ед химического вещества c . На 1га. почвы необходимо внести не менее 9 усл. ед. вещества a , 8-вещества b , 6-вещества c .

Составить наиболее экономичный план закупки удобрений (в расчете на 1га), если цены удобрений (на ед. массы) составляют: I-го вида - 3 ден. ед., II-го вида - 2 ден. ед.

7. Известно, что еженедельно на рынке продается 120 ед. товара по цене $P = 12$ долл./ед. При условии равновесия на рынке снижение цены на 1% повышает объем спроса на товар на 0,6%. Определите функцию спроса на данный товар, предполагая, что она линейная.

8. Функция спроса населения на кофе на локальном рынке описывается формулой: $Q_d = 10 - P$, функция предложения: $Q_s = 0,5 * P + 4$, где Q_d – объем спроса в млн. банок в год, Q_s - объем предложения в млн. банок в год, P – цена в рублях.

9. Постройте соответствующие графики, покажите равновесную цену и равновесный объем продаж. На каких участках графика складывается дефицит и избыток кофе на рынке.

10. В результате повышения цены 1 кг персиков с 50 руб. до 60 руб., объем их спроса на локальном рынке сократился с 9 млн. кг до 7 млн. кг в год. Прочие условия остались неизменными. Найдите коэффициент прямой эластичности спроса по цене.

11. Изменение цены 1 кг апельсинов на локальном рынке с 30 до 33 рублей привело к тому, что количество продаваемых за неделю яблок увеличилось с 65 до 80 тонн. Найдите перекрестную эластичность спроса на яблоки.

12. Функция спроса на товар X описывается формулой $Q_d = 8 - P_x + 0,2 P_y$, где $P_x = 4$, $P_y = 5$. Определите коэффициенты прямой и перекрестной эластичности спроса по цене.

13. При росте дохода в семье из 3 человек с 4000 рублей до 5000 рублей в месяц на 1 человека объем покупок черного хлеба уменьшается с 40 буханок до 30. Найдите эластичность спроса на хлеб по доходу.

14. Функция рыночного спроса на мясо $Q_d = 10 - 4 * P$. Увеличение доходов населения привело к увеличению спроса на 20 % при каждой цене. Найдите новую функцию спроса, постройте на стандартной оси координат оба графика спроса.

Теория вероятностей и математическая статистика

Блок 11. Введение в теорию вероятностей

1. На карточке спортлото из 49 клеток отмечено шесть. Какова вероятность того, что ровно три из отмеченных клеток выпадут в очередном тираже? (В тираже производится случайная выборка шести элементов без возвращения из множества 49 клеток карточки спортлото.)

2. Трехзначное число случайно и равновероятно выбирается из всего множества трехзначных чисел. Найти вероятность того,

что оно делится: а) на 3; б) на 5.

3. Деталь с вероятностью 0,01 имеет дефект A , с вероятностью 0,02 имеет дефект B и с вероятностью 0,005 имеет оба дефекта. Найти вероятность того, что деталь имеет хотя бы один дефект.
4. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата a бросается наудачу монета радиуса r , $2r < a$. Найти вероятность p_k того, что монета будет иметь общие точки с k квадратами, $k=1,2,3,4$.
5. Пусть имеется партия, состоящая из 500 изделий, среди которых два бракованных. Какова вероятность в выборке из 5 изделий не обнаружить ни одного бракованного?
6. Система контроля изделий состоит из двух независимых проверок, выполняемых одновременно. Изделие считается годным, если оно прошло обе проверки. В результате каждой проверки бракованное изделие признается годным с вероятностями a_1, a_2 соответственно. Найти вероятность того, что бракованное изделие успешно пройдет обе проверки?
7. В условиях задачи 6 вероятности того, что в результате первой и второй проверок будет отбраковано годное изделие, равны соответственно 1 и P_2 . Найти вероятность отбраковки годного изделия.
8. Двое договорились о встрече в течение определенного часа. Пришедший первым ждет 20 минут и уходит. Какова вероятность встречи?
9. На предприятии изготавливаются изделия определенного вида на трех поточных линиях. На первой линии производится 20 % изделий от всего объема их производства, на второй - 30 %, на третьей - 50 %. Каждая из линий характеризуется соответственно следующими процентами годности изделий: 95, 98 и 97 %. Требуется определить вероятность того, что наугад взятое изделие, выпущенное предприятием, окажется бракованным, а также вероятность того, что это бракованное изделие сделано на первой, второй и третьей линиях.
10. В семье 10 детей. Считая вероятности рождений мальчика и девочки равными $1/2$, найти вероятность того, что в семье: а) 5 мальчиков и 5 девочек; б) число мальчиков от 3 до 8.
11. В вузе обучается 730 студентов. Вероятность того, что день рождения наугад взятого студента приходится на определенный день года, равна $1/365$ для каждого из 365 дней. Найти: а) наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 января; б) вероятность того, что найдутся три студента, имеющих один и тот же день рождения.

Блок 12. Случайные величины

1. Из 28 костей домино случайно выбирается одна. Найти закон распределения суммы очков на половинках этой кости.
2. Найти закон распределения случайной величины $x = \sin E$, где E - число очков, выпадающее при бросании игральной кости.
3. Найти математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$:
 - а) биномиального распределения;
 - б) равномерного распределения.
4. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что при 1000 бросаниях монеты число выпадений герба будет заключено между 450 и 550.
8. Определить вероятность того, что средняя масса пяти наудачу взятых пакетов с расфасованным товаром будет отклоняться от нормы не более чем на 2 г, если средняя масса одного пакета - 1 кг, а отклонение - 1,5 г (распределение массы пакетов нормально).
9. Инвестор покупает ценные бумаги за счет займа, взятого с процентной ставкой ρ под залог недвижимости. Процентная ставка на ценные бумаги X - случайная величина с $J = a$, $a > \rho$, $BX = a^2$. Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишиться своей недвижимости? (Указание. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность события $(X < \rho)$.)
8. В урне содержится 5 шаров, белые и черные. Испытание состоит в том, что каждый раз из урны случайно вынимается один шар и взамен в урну возвращается шар, но другого цвета (вместо белого - черный и наоборот) Найти матрицу переходных вероятностей для цепи Маркова, состояниями которой является количество белых шаров в урне. Найти вероятность перехода за два шага.

Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формируемая компетенция	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовые контрольные задания
УК-10 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1	Вопросы к экзамену Тестовое задание
	УК-10.2	Вопросы к экзамену Вопросы к опросу