

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 28.09.2023 11:27:38  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460cf5a76d186dd7c25

**Министерство образования Московской области**  
**Государственное образовательное учреждение высшего образования**  
**Московской области**  
**«Государственный гуманитарно-технологический университет»**  
**(ГГТУ)**

**УТВЕРЖДАЮ**  
**проректор**



**26 июня 2023г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.ДВ.02.02**

**Методы решения геометрических задач**

<b>Направление подготовки</b>	<b>44.03.01 Педагогическое образование</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>Математика</b>
<b>Квалификация выпускника</b>	<b>Бакалавр</b>
<b>Форма обучения</b>	<b>Очная</b>

**Орехово-Зуево**  
**2023 г.**

## 1. Пояснительная записка

Предметом изучения в рамках курса «Методы решения геометрических задач» являются: некоторые общие вопросы теории математических структур и специальные вопросы аксиоматики евклидовой геометрии; вопросы построения и изображения геометрических фигур; задачи измерения геометрических величин. Современному студенту- педагогу необходимо сочетать знание основ школьного курса геометрии с представлениями о возможных путях построения геометрии как одной из математических теорий.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.01 Педагогическое образование по профилю Математика 2023 года начала подготовки.

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### 2.1 Цели дисциплины

Целью учебной дисциплины «Методы решения геометрических задач» является формирование у студентов компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности при обучении математике учащихся в образовательных учреждениях разного типа.

### 2.2. Задачи дисциплины

- обогатить представления студента об аксиоматическом методе и различных путях аксиоматического построения евклидовой геометрии;
- изучить методы геометрических построений на евклидовой плоскости;
- углубить знания, умения и навыки, связанные с методами изображения геометрических фигур;
- рассмотреть разные методы решения задач на измерение геометрических величин, включающие геометрические конструкции из прямых и плоскостей в евклидовом пространстве.

### 2.3 Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

<b>В результате изучения дисциплины «Методы решения геометрических задач» студент должен обладать следующими компетенциями:</b>	<b>Коды формируемых компетенций</b>
<b>Профессиональные компетенции (ПК)</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	<b>ПК-1</b>

### Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы решения геометрических задач» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы (Б1.В.ДВ.02.02.)

Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам:

«Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», а также знаний, сформированных в школьном курсе «Геометрия».

### 4. Структура и содержание дисциплины

№ п/п	Раздел/тема	Семестр	Всего час.	Виды учебных занятий				Промежуточная аттестация
				Контактная работа (ауд.)			СРС	
				Лекции	ЛЗ	ПЗ		
	<b>Раздел 1. Аксиоматический метод в геометрии</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	
1.	Тема 1. Различные пути аксиоматического построения геометрии	7	4	2	-	-	2	
2.	Тема 2. Аксиоматический метод и математические структуры	7	8	4	-	-	4	
	<b>Раздел 2. Измерение</b>	<b>7</b>	<b>20</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	

	<i>геометрических величин</i>							
3.	Тема 3. Длина. Площадь. Объем	7	12	2	-	4	6	
4.	Тема 4. Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве	7	8	-	-	4	4	
	<b>Раздел 3. Геометрические построения на плоскости. Методы изображений</b>	<b>7</b>	<b>40</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>14</b>	<b>20</b>	
5.	Тема 5. Элементы конструктивной геометрии	7	20	2	-	8	10	
6.	Тема 6. Методы изображений	7	20	4	-	6	10	
	<b>Промежуточная аттестация- зачет</b>							
	<b>Итого</b>		<b>72</b>	<b>14</b>	<b>-</b>	<b>22</b>	<b>36</b>	

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### Лекции

##### *Раздел 1. Аксиоматический метод в геометрии*

##### **Тема 1. Различные пути аксиоматического построения геометрии**

Из истории аксиоматического метода. Задача систематизации геометрической информации как одна из основных задач геометрии. Геометрическая система Евклида. Геометрия Лобачевского. Возникновение современной аксиоматики евклидовой геометрии. Обзор аксиоматики Гильберта евклидовой геометрии. Определение евклидова пространства по Вейлю.

##### **Тема 2. Аксиоматический метод и математические структуры**

Общие вопросы аксиоматики. Определение и примеры математических структур. Интерпретации системы аксиом. Требования, предъявляемые к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.

Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Модели плоскости Лобачевского. Аксиоматика школьного курса геометрии.

##### *Раздел 2. Измерение геометрических величин*

##### **Тема 3. Длина. Площадь. Объем**

Измерение геометрических величин как одна из основных задач евклидовой геометрии. Измерение отрезков. Теорема существования и единственности измерения отрезков. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности измерения площадей многоугольников. Проблема равновеликости и равносоставленности в теории площадей и объемов. Равновеликие и равносоставленные многоугольники. Квадрируемость плоских фигур. Методы решения задач на вычисление расстояний и площадей для различных геометрических фигур на плоскости. Объем многогранника в евклидовом пространстве.

#### **Тема 4. Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве**

Обзор содержания курса стереометрии в разных школьных учебниках геометрии. Начала стереометрии: аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Методы решения задач на вычисление углов и расстояний в школьном курсе стереометрии. Методы решения задач на вычисление объема и площади поверхности некоторых многогранников и фигур вращения.

#### ***Раздел 3. Геометрические построения на плоскости. Методы изображений***

##### **Тема 5. Элементы конструктивной геометрии**

Построение фигур на евклидовой плоскости как одна из основных задач евклидовой геометрии. Анализ содержания первой книги «Начал» Евклида как исторического образца работы с задачами на построение. Система аксиом построения с помощью циркуля и линейки. Основные построения на плоскости. Решение задач на построение методом пересечений и методом преобразований. Алгебраический метод решения задач на построение. О разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Неразрешимость классических задач на построение.

##### **Тема 6. Методы изображений**

Центральное проектирование. Применение гомологии в теории изображений. Параллельное проектирование. Параллельная проекция плоских фигур. Изображение пространственных геометрических фигур с помощью параллельного проектирования. Аксонометрия. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Метрические задачи.

#### **Практические занятия**

*Практические занятия проводятся в форме практикума: предполагается решение задач разного уровня сложности при опоре на определения и свойства основных понятий по теме.*

#### ***Раздел 2. Измерение геометрических величин***

##### **Практическое занятие 1**

## **Тема: Длина. Площадь. Объем**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть разные методы решения задач на вычисление площадей плоских фигур.
2. Рассмотреть задачи на вычисление площади поверхности и объема многогранника в евклидовом пространстве.

*Основные термины и понятия:*

- равновеликие и равносторонние геометрические фигуры,
- площадь многоугольника,
- площадь круга,
- площадь поверхности,
- призма,
- параллелепипед,
- пирамида.

## **Практическое занятие 2**

### **Тема: Длина. Площадь. Объем**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть задачи на вычисление площади поверхности и объема тел вращения.
2. Выполнить задания контрольной работы №1 (ЭИОС ГГТУ)

*Основные термины и понятия:*

- цилиндр, конус, шар,
- объем,
- площадь поверхности.

## **Практическое занятие 3**

### **Тема: Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть задачи на вычисление геометрических величин в задачах стереометрии.

*Основные термины и понятия:*

- расстояние от точки до плоскости,
- расстояние между двумя прямыми,
- угол между плоскостями,
- угол между прямыми.

## **Практическое занятие 4**

### **Тема: Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть разные способы решения задач на вычисление геометрических величин в задачах стереометрии

*Основные термины и понятия:*

- многогранники,
- тела вращения.

## **Практическое занятие 4\* (ЭИОС ГГТУ)**

**Тема: Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве**

*Учебные цели:* Выполнить задания контрольной работы №2.

### ***Раздел 3. Геометрические построения на плоскости. Методы изображений***

#### **Практическое занятие 1**

**Тема: Элементы конструктивной геометрии**

*Учебные цели:*

1. Провести анализ содержания современных учебников геометрии с позиций сложности и разнообразия задач на построение на плоскости.
2. Повторить аксиомы конструктивной геометрии.
3. Повторить основные построения на евклидовой плоскости.
4. Решить задачи на построение методом пересечений.

*Основные термины и понятия:*

- конструктивная геометрия,
- система аксиом,
- построения с помощью циркуля и линейки.

#### **Практическое занятие 2**

**Тема: Элементы конструктивной геометрии**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на построение методом пересечений.

*Основные термины и понятия:*

- этапы решения задачи на построение,
- основной элемент построения.

#### **Практическое занятие 3**

**Тема: Элементы конструктивной геометрии**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на построение методом преобразований.
2. Выполнить самостоятельную работу №1 (ЭИОС ГГТУ)

*Основные термины и понятия:*

- параллельный перенос,
- осевая симметрия,
- поворот.

#### **Практическое занятие 4**

**Тема: Элементы конструктивной геометрии**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на построение алгебраическим методом

*Основные термины и понятия:*

- пропорциональные отрезки,
- средний пропорциональный,
- деление в среднем и крайнем отношении.

## **Практическое занятие 5**

### **Тема: Методы изображений**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на изображение плоских и пространственных фигур с помощью параллельного проектирования.
2. Обсудить решение домашней самостоятельной работы №2

*Основные термины и понятия:*

- центральная проекция,
- параллельная проекция.

## **Практическое занятие 6,7**

### **Тема: Методы изображений**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть аффинные задачи теории изображений.
2. Рассмотреть метрические задачи теории изображений

*Основные термины и понятия:*

- полные и неполные изображения,
- сечение плоскостью,
- параметрическое число изображения.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

*Перечень литературных источников для самостоятельной работы обучающихся :*

1. Будаков, Б. А. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Б. А. Будаков, Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — 5-е изд. . — Москва : Лаборатория знаний, 2018. — 601 с. — ISBN 978-5-00101-596-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103027> (дата обращения: 18.05.2022)..

Самостоятельная учебная работа студента определяется программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего контроля знаний. Этот вид учебной деятельности студента предусматривает:

- проработку теоретического материала (изучение теории);
- решение задач и выполнение домашних заданий по определенным темам;
- периодический устный или письменный отчет о выполненных заданиях;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам;
- самоконтроль и промежуточный контроль полученных знаний .

Предполагается, что активная самостоятельная работа студента по данной дисциплине будет способствовать развитию познавательной самостоятельности и творческой активности студента, формированию достаточно высокого уровня его математической культуры.

Кроме того, эффективность и успешность самостоятельной работы студента при изучении данной дисциплины непосредственно связаны с постепенным формированием профессиональных знаний и умений студента - будущего учителя математики.

*Задания для организации самостоятельной работы студентов*

## Зачетное задание №1

### Тема: Различные пути аксиоматического построения геометрии: задачи по планиметрии

(задачи повышенного уровня трудности для школьников)

**Задание 1.** Из следующего списка задач выберите любые 4 задачи и решите их.

1. Дан ромб  $ABCD$ , периметр которого равен  $2p$  см, сумма его диагоналей  $-m$  см. Найдите площадь этого ромба.
2. В четырехугольнике  $ABCD$  углы  $A$  и  $C$  равны, биссектриса угла  $B$  пересекает прямую  $AD$  в точке  $P$ . Перпендикуляр к  $BP$ , проходящий через точку  $A$ , пересекает прямую  $BC$  в точке  $Q$ . Докажите, что  $PQ$  и  $CD$  параллельны.
3. Вне параллелограмма  $ABCD$  взята точка  $P$  так, что угол  $PAB$  равен углу  $PCB$ , причем вершины  $A$  и  $C$  лежат в разных полуплоскостях относительно прямой  $PB$ . Доказать, что углы  $APB$  и  $DPC$  равны.
4. В параллелограмме  $ABCD$  вершины  $A, B, C$  и  $D$  соединены с серединами сторон  $CD, AD, AB, BC$  соответственно. Доказать, что площадь четырехугольника, образованного этими прямыми, составляет  $1/5$  площади параллелограмма.
5. В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  взяты точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AP = BQ$ . Найдите углы треугольника  $PQD$ .
6. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, равны. Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ , если известно, что  $AC = 2, BD = 1$ .
7. На стороне  $BC$  ромба  $ABCD$  выбрана точка  $M$ . Прямые, проведенные через  $M$  перпендикулярно диагоналям  $BD, AC$  пересекают прямую  $AD$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Оказалось, что прямые  $PB, QC$  и  $AM$  пересекаются в одной точке. Чему может быть равно отношение  $BM/MS$ ?
8. В окружность вписан четырехугольник  $MNPQ$ , диагонали которого взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке  $F$ . Прямая, проходящая через точку  $F$  и середину стороны  $NP$ , пересекает сторону  $MQ$  в точке  $H$ . Докажите, что  $FH$  – высота треугольника  $MFQ$  и найдите её длину, если  $PQ = 6$  см,  $NF = 5$  см и угол  $MQN$  равен  $\alpha$ .

## Зачетное задание №2

### Тема: Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве

**Задание 1.** Из следующего списка задач выберите любые 4 задачи и решите их.

(задания профильного уровня - ЕГЭ)

1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a = 1$  найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $CAD_1$ .
2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a = 1$  найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $CA_1$ .

3. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 2, боковое ребро  $-3$ . Точка  $M$  делит ребро  $SD$  в отношении  $1:2$  ( считая от вершины  $S$  ). Найдите угол между прямой  $BM$  и плоскостью  $AEC$ .
4. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  со стороной основания 4 и боковым ребром 2 найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $E_1 F_1$ .
5. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны ребра :  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 9$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $4:5$ , считая от вершины  $B$ . Постройте сечение этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A, O, C$ , и найдите площадь этого сечения .
6. В треугольной пирамиде  $MABC$  основанием является правильный треугольник  $ABC$ , ребро  $MB$  перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 6, а ребро  $MA$  равно  $6\sqrt{2}$ . На ребре  $AC$  взята точка  $D$ , а на ребре  $AB$  – точка  $E$  так, что  $AD = 4$ ,  $BE = 2$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $E, D$  и середину ребра  $MA$ .
7. В правильной четырехугольной пирамиде  $MABCD$  с вершиной в точке  $M$  стороны основания равны 4, а боковые ребра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $B$  и середину  $E$  ребра  $MD$  параллельно прямой  $AC$ .
8. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания равна 12 , а боковое ребро равно 13. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$ , содержащая прямую  $MN$ , перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
  - а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении  $5:1$  , считая от точки  $C$  .
  - б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

### Зачетное задание №3

**Тема: Методы изображений:** изображение плоских фигур при параллельном проектировании

1. Даны изображения  $A$  и  $B$  двух вершин четырехугольника  $A'B'C'D'$ , а также изображение  $M$  точки  $M'$  пересечения его диагоналей. Постройте изображение вершин  $C'$  и  $D'$ , если точка  $M'$  делит диагонали четырехугольника в отношениях:

а)  $(A'C', M') = 2, (B'D', M') = 1;$

б)  $(A'C', M') = 3, (B'D', M') = 5.$

2. Даны изображения  $A, B$  и  $C$  трех вершин четырехугольника. Постройте изображение четвертой вершины  $D'$ , если точка  $M'$  пересечения диагоналей делит их в отношениях

$$(A'C', M') = \frac{1}{2}, (B'D', M') = 3.$$

3. Даны изображения двух смежных вершин квадрата, а также точки пересечения его диагоналей. Постройте изображения остальных вершин.

4. Даны изображения большого основания трапеции и точки пересечения диагоналей. Постройте изображение остальных вершин, если основания относятся как  $2:3$ .

5. Постройте изображение квадрата, если даны изображения описанной вокруг него, окружности, ее центра  $O$  и одной из его вершин.
6. Постройте изображение правильного треугольника, если даны изображения описанной, вокруг него окружности и одной из его вершин.
7. Постройте изображение правильного шестиугольника, если даны изображения описанной вокруг него окружности и одной из его вершин.

#### **6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины( модуля)**

##### **7.1. Основная литература:**

1.Атанасян, С. Л. Геометрия 2 : учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под редакцией С. Л. Атанасяна. — 2-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 547 с. — ISBN 978-5-00101-678-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151542>

##### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Атанасян, Л. С. Геометрия Лобачевского : учебное пособие / Л. С. Атанасян ; художник Н. А. Новак. — 4-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2021. — 467 с. — ISBN 978-5-93208-508-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/166727>
2. Будаков, Б. А. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Б. А. Будаков, Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — 5-е изд. . — Москва : Лаборатория знаний, 2018. — 601 с. — ISBN 978-5-00101-596-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103027>
3. Геометрические преобразования плоскости: движения : учебное пособие / И. Ю. Реброва, И. Н. Балаба, А. В. Родионов, Е. М. Рарова. — Тула : ТГПУ, 2021. — 38 с. — ISBN 978-5-6047369-7-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213482>
4. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 155 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05758-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493671>
5. Позднякова, Е. В. Геометрия. Теория изображений : учебное пособие / Е. В. Позднякова. — Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2019. — 132 с. — ISBN 978-5-8353-1382-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169538>
6. Цубербиллер, О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учебное пособие / О. Н. Цубербиллер. — 34-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0475-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210389>

## **8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем**

Все обучающихся университета обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

### **Современные профессиональные базы данных:**

1. Министерство образования и науки Российской Федерации <http://mon.gov.ru>
2. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru>
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>
4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов <http://fcior.edu.ru>
5. Министерство образования Московской области <http://mo.mosreg.ru>
6. Интернет-экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО) <http://www.fepo.ru>
7. Каталог электронных образовательных ресурсов Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) <http://eor.edu.ru>
8. Портал Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>
9. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://edu-top.ru/katalog/>
10. Образовательные ресурсы Интернета "Всем, кто учится" <http://www.alleng.ru>
11. Электронная информационно-образовательная среда Университета <http://dis.ggtu.ru/>
12. «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru/>
13. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
14. Электронно-библиотечная система «Юрайт» [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
15. Электронная библиотека диссертаций <http://diss.rsl.ru/>

### **Информационные справочные системы:**

1. информационно-поисковые системы [www.google.ru/](http://www.google.ru/), [www.yandex.ru/](http://www.yandex.ru/)
2. Прикладная математика: Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями: <http://www.pm298.ru>

## 9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none"><li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li><li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</li><li>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;</li></ul>	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

## 10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  к.ф.-м.н., доцент Панчишина В.А.

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 26.06.2023г., протокол № 8

Зав. кафедрой



Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
Б1.В. ДВ.02.02**

**Методы решения геометрических задач**

<b>Направление подготовки</b>	<b>44.03.01 Педагогическое образование</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>Математика</b>
<b>Квалификация выпускника</b>	<b>Бакалавр</b>
<b>Форма обучения</b>	<b>Очная</b>

**Орехово-Зуево  
2023 г.**

## 1. Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>

### 1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «отлично», «хорошо», «зачтено» соответствует **повышенному** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует **базовому** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено» соответствует показателю «**компетенция не освоена**».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1	<b>Самостоятельная работа</b>  (показатель компетенции «Умение»)	Контрольное мероприятие, цель которого состоит в промежуточном контроле знаний по теме.	Комплект заданий	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно выполнены все задания;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если представлено</p>

				<p>решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной-двух задач не доведено до конца;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно)</p> <p>выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий.</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно)</p> <p>выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований, указанных выше.</p>
2	<b>Коллоквиум</b> (показатель компетенции «Знание»)	Контрольное мероприятие, целью которого является выявление и корректировка уровня освоения отдельных вопросов дисциплины, наиболее важных для успешного освоения последующих разделов данного учебного курса. Проводится в	Вопросы к зачету	<p>- оценка «5» (отлично)</p> <p>выставляется студенту, если дан полный ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «4» (хорошо)</p> <p>выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы или полный ответ на вопрос билета и один – два неправильных ответа</p>

		<p>виде          собеседования          по билетам.</p>		<p>на дополнительные          вопросы;</p> <p>- оценка «3»          (удовлетворительно)          выставляется студенту,          если дан краткий ответ          на вопрос билета и          неправильные ответы          на отдельные          дополнительные          вопросы;</p> <p>- оценка «2»          (неудовлетворительно)          выставляется студенту,          если ответ не          соответствует ни          одному из требований ,          указанных выше.</p>
3	<p><b>Контрольная          работа</b>          (показатель          компетенции          «Владение»)</p>	<p>Контрольное          мероприятие,          цель которого          состоит в          выявлении          уровня знаний,          умений и          навыков,          сформированных          при изучении          определенной          темы данной          дисциплины</p>	<p>Комплект          заданий.</p>	<p>- оценка «5» (отлично)          выставляется студенту,          если правильно          выполнены все задания          (обоснованно получен          правильный ответ),          либо допущены          незначительные          погрешности (решение          задачи в целом верное,          только на последнем          этапе допущены          вычислительные          ошибки);</p> <p>- оценка «4» (хорошо)          выставляется студенту,          если представлено          решение всех задач,          включенных в работу;          при этом: а) при          верном ходе          рассуждений решение          отдельных задач          содержит          вычислительные</p>

				<p>ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной - двух задач не доведено до конца ( представлено примерно 80% решения задачи);</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий .</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований , указанных выше.</p>
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
4	<b>Зачет</b> (показатель компетенции «Знание»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде индивидуальной контрольной работы, содержащей теоретические вопросы и ( или) задачи.	Вопросы зачету	<p>оценка «зачтено» выставляется студенту, если:</p> <p>а) правильно выполнены все задания;</p> <p>б) правильно выполнено 60 % всех заданий и  дан правильный ответ на один - два дополнительных вопроса;</p> <p>в) правильно выполнено 40 % всех заданий и  дан правильный ответ на дополнительные</p>

				<p>вопросы;</p> <p>- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований, указанных выше.</p>
--	--	--	--	--

**1.3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

### **Текущий контроль**

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется

<https://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=6079>

*Комплект заданий для самостоятельной работы*

#### ***Самостоятельная работа №1***

***Тема: Элементы конструктивной геометрии***

***Задание 1.*** Из следующего списка задач выберите любую задачу и решите её методом пересечений:

- 1.1. Построить окружность, если известны её радиус  $r$ , точка  $A$ , принадлежащая ей, и угол  $\alpha$ , под которым она видна из второй данной точки  $B$ .
- 1.2. Построить треугольник по основанию  $a$ , углу при вершине  $A$  и радиусу  $r$  вписанной окружности.
- 1.3. Построить треугольник по основанию  $a$ , высоте  $h$ , проведенной к основанию, и точке пересечения биссектрисы угла при вершине с основанием.
- 1.4. Построить параллелограмм по его сторонам и отношению диагоналей.

***Задание 2.*** Выберите любую задачу из следующего списка задач и решите её методом преобразований:

- 2.1. Дан угол и внутри его – точка  $P$ . Построить треугольник наименьшего периметра такой, чтобы одна его вершина совпала с точкой  $P$ , а две другие лежали (по одной) на сторонах данного угла.
- 2.2. Построить треугольник  $ABC$  по основанию  $a$ , углу при вершине  $B$  и разности (или сумме) боковых сторон.
- 2.3. Построить трапецию по высоте, средней линии, верхнему основанию и углу

между диагоналями.

- 2.4. Построить треугольник по двум углам при основании и сумме высоты с основанием.

### **Самостоятельная работа №2**

#### **Тема: Методы изображений**

**Задание 1.** Среди следующих задач выберите любые две задачи и решите их:

1. Дано изображение окружности вместе с выбранной на ней точкой. Постройте изображение правильного восьмиугольника, вписанного в эту окружность, с вершиной в данной точке.
2. Дано изображение окружности вместе с выбранной на ней точкой. Постройте изображение равностороннего треугольника, описанного вокруг окружности, если эта точка является точкой касания окружности и стороны треугольника.
3. Постройте изображение квадрата, если даны изображения вписанной в него окружности и точки касания с ней одной из сторон.
4. Постройте изображение равнобедренного прямоугольного треугольника, если даны изображения вписанной в него окружности и точки касания с ней: а) гипотенузы; б) одного из катетов.
5. Постройте изображение правильного шестиугольника, если даны изображения вписанной в него окружности и точки касания с ней одной из сторон.

*Комплект заданий для контрольной работы*

### **Контрольная работа №1**

#### **Тема: Длина. Площадь. Объем.**

**Задание 1.**(задачи базового уровня ЕГЭ)

Выберите любые три задачи из следующего списка задач и решите их:

1. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SO = 54$ ,  $AC = 144$ . Найдите боковое ребро  $SB$ .
2. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $M$  – середина ребра  $AB$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $SM = 4$ , а площадь боковой поверхности пирамиды равна 18. Найдите длину отрезка  $BC$ .
3. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка  $OS$ .
4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = \sqrt{29}$ ;  $BB_1 = 3$ ;  $A_1 D_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $AB$ .
5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $12\pi$ , а высота равна 6. Найдите диаметр основания цилиндра.

6. Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей – 13. Найти высоту конуса.

**Задание 2.** (задачи базового уровня ЕГЭ)

Выберите любые три задачи из следующего списка задач и решите их:

1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда.
2. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 3. Боковые ребра равны  $7/\pi$ . Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.
3. Шар объемом  $8 \text{ м}^3$  вписан в цилиндр. Найдите объем цилиндра в  $\text{м}^3$ .
4. Объем конуса равен 86. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
5. В цилиндрический сосуд налили  $3000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достиг высоты 20 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень воды поднялся на 3 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .
6. Объем цилиндра равен  $1 \text{ см}^3$ . Радиус основания уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 3 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**Задание 3.**(задачи профильного уровня - ЕГЭ)

Выберите одну задачу из следующего списка задач и решите её:

1. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , сторона основания равна  $2\sqrt{13}$ , а диагональ боковой грани равна 13. Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ABC_1$ .
2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .
3. Точка M – середина ребра куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 3. Найдите угол между прямыми  $DC_1$  и  $D_1M$ .
4. Высота прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 4. Основание призмы – треугольник  $ABC$ , в котором  $AB=BC$ ,  $AC=6$ ,  $\text{tg}A=0,5$ . Найдите тангенс угла между прямой  $A_1B$  и плоскостью  $ACC_1$ .

**Контрольная работа №2**

**Тема: Измерение величин в геометрических конструкциях из прямых и плоскостей в пространстве**

**Задание 1.** Выберите одну из следующих задач и решите её:

1. Основанием наклонного параллелепипеда является ромб со стороной 25 см и меньшей диагональю 30 см. Диагональное сечение, проходящее через большие диагонали оснований, перпендикулярно основаниям, а меньшая диагональ этого сечения равна 37 см. Найдите объем параллелепипеда, если его боковое ребро равно 13 см.

2. Дан куб  $EFGHE_1 F_1G_1H_1$ . Точки  $L, N, T$  – середины ребер  $F_1G_1, G_1H_1, H_1H$  соответственно; точка  $K$  – точка пересечения диагоналей грани  $EE_1F_1F$ . Найти угол между прямыми  $F_1T, KN$ .

3. Дан куб  $EFGHE_1 F_1G_1H_1$ . Точки  $L, N, T$  – середины ребер  $F_1G_1, G_1H_1, H_1H$  соответственно; точка  $K$  – точка пересечения диагоналей грани  $EE_1F_1F$ . Найти угол между прямыми  $F_1T, FH$ .

4. Дан куб  $EFGHE_1 F_1G_1H_1$ . Точки  $L, N, T$  – середины ребер  $F_1G_1, G_1H_1, H_1H$  соответственно; точка  $K$  – точка пересечения диагоналей грани  $EE_1F_1F$ . Найти угол между прямыми  $KH_1, LN$ .

**Задание 2.** Из следующего списка задач выберите любые три задачи и решите их:

(задачи профильного уровня ЕГЭ)

1. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны ребра:  $AB = 12\sqrt{3}$ ,  $SC = 13$ . Найти угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер  $AS$  и  $BC$ .

2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найти угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ABC_1$ .

3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найти тангенс угла между плоскостями  $BDD_1$  и  $AB_1 D_1$ .

4. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны  $l$ , найдите синус угла между плоскостью  $SAD$  и плоскостью, проходящей через точку  $A$  перпендикулярно прямой  $BD$ .

5. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны  $1$ , найти угол между прямыми  $AB_1$  и  $BE_1$ .

6. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а). Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $B, A_1, D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $A_1 B D_1$  и  $BA_1 C_1$ .

7. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны оснований которой равны  $4$ , а боковые ребра равны  $3$ , найти расстояние от точки  $B$  до прямой  $C_1 D_1$ .

8. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны  $l$ , найдите расстояние от середины ребра  $BC$  до плоскости  $SCD$ .

9. В пирамиде  $ABCD$  ребра  $AD, BD$  и  $CD$  попарно перпендикулярны, а  $AB = BC = AC = 14$ .

а) Докажите, что эта пирамида правильная.

б) На ребрах  $DA$  и  $DC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причем  $DM : MA = DN : NC = 6 : 1$ . Найдите площадь сечения  $MNB$ .

**Промежуточная аттестация**

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется <https://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=6079>

**Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету**

1. Задача систематизации геометрической информации как одна из основных задач геометрии. Геометрическая система Евклида.
2. Аксиома Лобачевского. Понятие параллельных прямых на плоскости Лобачевского.
3. Угол параллельности. Функция Лобачевского.
4. Окружность, эквидистанта, орицикл.
5. Обзор аксиоматики Гильберта евклидовой геометрии.
6. Система аксиом Вейля евклидова пространства.
7. Определение и примеры математических структур.
8. Интерпретация системы аксиом.
9. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.
10. Непротиворечивость системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства.
11. Анализ различных способов построения школьного курса геометрии с позиций общих проблем аксиоматики.
12. Аксиомы конструктивной геометрии.
13. Основные построения на плоскости.
14. Проблема разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.
15. Построение некоторых множеств точек на плоскости.
16. Метод пересечений решения задач на построение на плоскости.
17. Метод преобразований решения задач на построение на плоскости.
18. Особенности алгебраического метода решения задач на построение на плоскости.
19. Определение и свойства параллельного проектирования .
20. Позиционные задачи теории изображений.
21. Метрические задачи теории изображений.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций:**

№	Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
1	ПК-1.Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной	ПК-1.1.Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого	Вопросы к зачету Самостоятельная работа Контрольная работа Диагностическая работа

	области при решении профессиональных задач	предмета). <b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии и с требованиями ФГОС ОО	
--	--	--	--

### Диагностическая работа №1

( для проверки уровня сформированности компетенции ПК-1 по индикаторам ПК-1.1 и ПК-1.2)

**ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).**

*Хорошо ли вы знаете определения понятий, аксиомы и основные теоремы школьного курса геометрии? Узнаёте ли вы их содержание в простейших геометрических конструкциях на плоскости и в пространстве? Проверьте себя.*

**1.** На плоскости отмечены четыре точки А, В, С, D. Прямая разделила плоскость так, что две из данных точек оказались в одной полуплоскости, а две другие - в другой полуплоскости. Сколько раз ломаная ABCD может пересекать прямую n?

Выберите один ответ:

- а. 1, 2 раза
- б. 1, 2, 3, 4 раза
- в. 1, 2, 3 раза
- г. 2, 3 раза

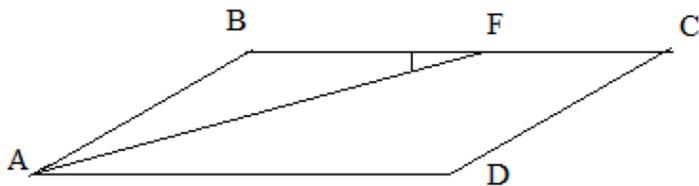
**2.** При пересечении двух прямых а и b образовались четыре угла, причем сумма двух из этих углов равна  $162^\circ$ . Запишите, чему равны тупые углы, которые получились при пересечении этих прямых а и b (в ответе запишите только численные значения величины угла, не указывая значок  $^\circ$ ): \_\_\_\_; \_\_\_\_.

**3.** Отрезок BD – медиана треугольника ABC, E ∈ [BD), причем BD=DE, AB=5,8см, BC=7,4см, AC=9см, тогда CE ( выберите один ответ):

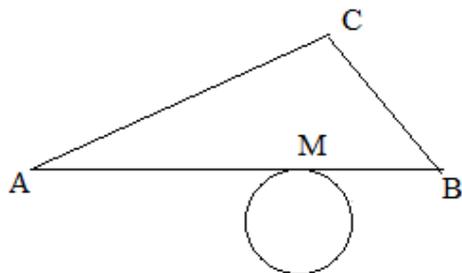
- а. 3,7 см
- б. 5,8см
- в. 7,4см
- г. 4,5 см

4. В параллелограмме  $ABCD$  биссектриса угла  $A$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $F$ , причем  $\angle BFA = 15^\circ$ . Тогда углы параллелограмма  $ABCD$  равны

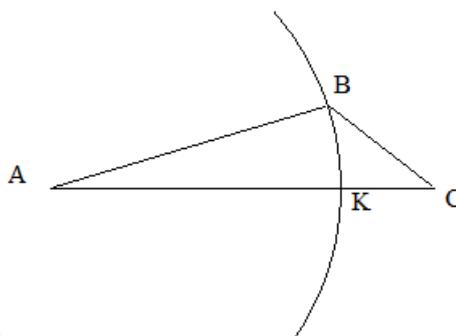
(в ответе запишите только численные значения величины угла, не указывая значок  $^\circ$ ):  
 \_\_\_\_; \_\_\_\_.



5. Окружность  $\gamma$  с центром  $O$  касается стороны  $AB$  треугольника  $ABC$  в точке  $M$ , при этом  $\angle MBO = 21^\circ$ . Запишите, чему равны остальные углы треугольника  $MBO$  (в ответе запишите только два числа, не указывая значок  $^\circ$ ):  
 \_\_\_\_; \_\_\_\_.



6. Дан треугольник  $ABC$ , причем  $AB = 9\text{ см}$ ,  $\angle BAC = 20^\circ$ . Окружность с центром в точке  $A$  проходит через точку  $B$  и пересекает сторону  $AC$  в точке  $K$ . Тогда длина меньшей дуги



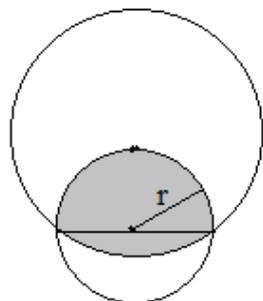
$BK$  равна (выберите один ответ):

- а.  $\pi$
- б.  $2\pi$
- в.  $3\pi$

7. Окружность радиуса  $r$  проходит через центр другой окружности (рис.1). Точки пересечения этих окружностей лежат на диаметре первой окружности.

7.1. Тогда площадь заштрихованной части равна:

$$r^2(\pi - \dots).$$



7.2. В следующем списке теоретических фактов выделите позицию, которая не используется при обосновании решения этой задачи:

- а. признак подобия треугольников
- б. формула площади круга
- в. формула площади треугольника
- г. аддитивное свойство площадей плоских фигур
- д. теорема Пифагора

8. Куб, ребро которого равно  $2\sqrt{3}$  см, вписан в шар. Тогда объем этого шара равен (выберите один вариант ответа):

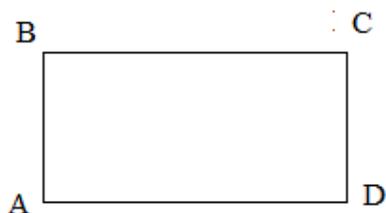
а.  $32\sqrt{3}\pi$  см<sup>3</sup>

б.  $36\pi$  см<sup>3</sup>

в.  $432\pi$  см<sup>3</sup>

г.  $\frac{81\pi}{4}$  см<sup>3</sup>

9. Дан прямоугольник ABCD со сторонами AB=1 см и BC=2 см. На сторонах BC и AD взяты точки M и N так, что четырехугольник MBND – ромб. Тогда периметр этого ромба равен (выберите один вариант ответа) :



а. 4,5 см

б. 5см

в. 5,5 см

10. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA'B'C'D' длины ребер AB, AA' и AD соответственно равны 8см, 7см и 6 см. Тогда длина вектора

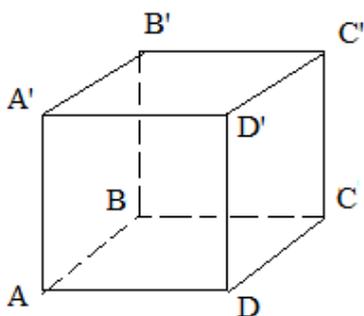
$\vec{r} = \vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'}$  равна (выберите один вариант ответа):

а.  $\sqrt{149}$ см

б. 21см

в. 17 см

г. другой ответ



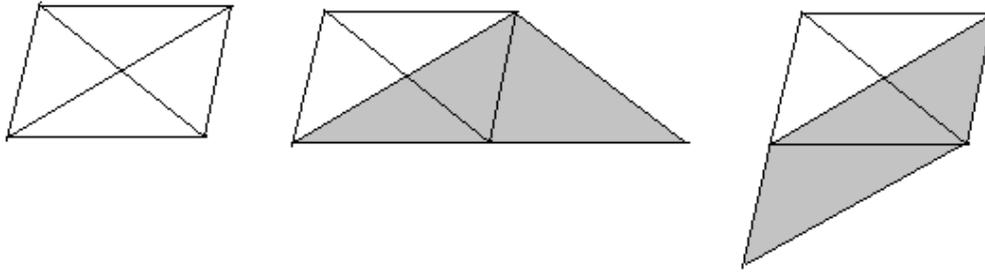
**ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии и с требованиями ФГОС ОО**

*Как вы думаете, легко ли организовать обсуждение решения геометрических задач школьного курса геометрии при обучении на базовом и углубленном уровнях подготовки? Покажите, что наличие рисунка к задаче упрощает восприятие условия задачи и процесс её решения .*

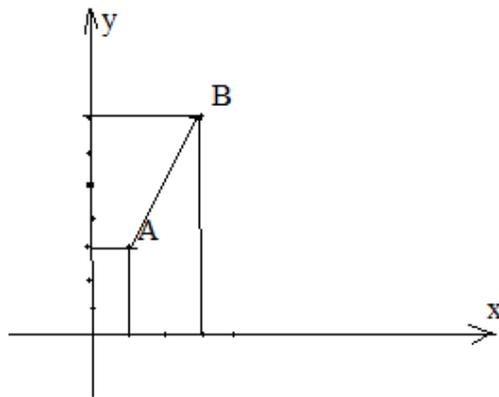
1. Дан параллелограмм. Сравните периметр  $P$  параллелограмма и удвоенную сумму  $2S$  длин его диагоналей. Заполните пропуски в предложении, вставив одно из слов —« больше», «меньше» или «равен» и дописав окончание в слове «сумма»:

«Периметр  $P$  параллелограмма \_\_\_\_\_ удвоенной сумм \_\_\_\_\_  $2S$  длин его диагоналей».

*Подсказка: Чтобы сравнить периметр  $P$  параллелограмма и удвоенную сумму  $2S$  длин его диагоналей, можно воспользоваться следующими рисунками. Введите обозначения для отрезков и сделайте вывод.*



2. Прочитайте задачу: «На координатной плоскости заданы точки  $A(1;3)$  и  $B(3;7)$ . Найдите все такие точки  $C$  оси ординат, что треугольник  $ABC$  – прямоугольный».

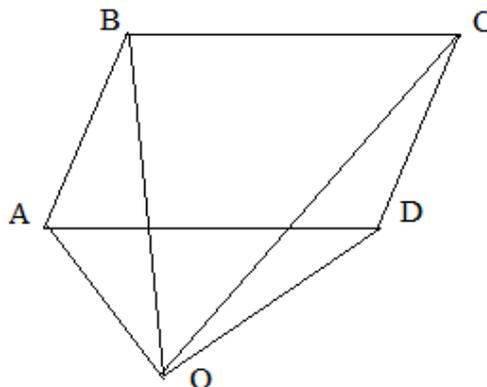


- 2.1. Укажите правильную последовательность действий при решении этой задачи :

- найти скалярное произведение
- обозначить координаты точки  $C$
- найти координаты точки  $C$
- найти координаты векторов

- 2.2. Укажите пары чисел - координаты точки  $C$ :  $(\dots, \dots)$ ,  $\dots$

3. Прочитайте задачу: «Для четырехугольника  $ABCD$  и произвольной точки  $O$  плоскости выполняется векторное равенство  $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OC}$ . Докажите, что  $ABCD$ –



параллелограмм».

- 3.1. Выделите отдельные теоретические факты, которые необходимо повторить с учащимися перед решением данной задачи (выберите несколько позиций):

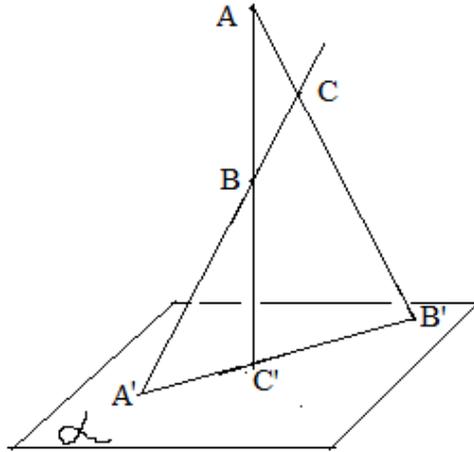
- определение противоположного вектора

- б. определение суммы векторов
- в. определение равных векторов
- г. определение скалярного произведения векторов

3.2. Рассмотрите другой способ решения задачи, основанный на использовании понятия ( вставьте два пропущенных слова) \_\_\_\_\_ ».

Как нужно преобразовать исходное равенство, чтобы реализовать другой способ решения ? Выполните эти преобразования:  $\vec{OB} \dots \vec{O} \dots = \vec{O} \dots \dots \vec{O}$

4. В пространстве даны точки A, B, C, не лежащие на одной прямой, и плоскость  $\alpha$ , не содержащая ни одну из этих точек. Пусть  $A_1, B_1, C_1$  – точки пересечения прямых BC, AC,



AB с плоскостью  $\alpha$  соответственно.

4.1. Тогда ( выберите один вариант ответа):

- а. Точки  $A_1, B_1, C_1$  лежат на одной прямой
- б. Точки  $A_1, B_1, C_1$  не лежат на одной прямой

4.2. Укажите, какая из следующих аксиом ( учебник «Геометрия,10-11», авт. Л.С. Атанасян и др. )должна использоваться последней при обосновании вывода( выберите один вариант ответа):

- а. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в плоскости.
- б. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.
- в. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

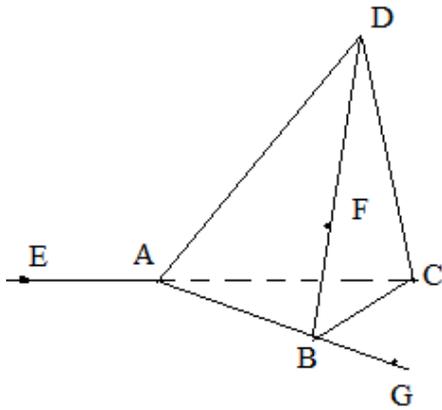
## 5.

5.1. Восстановите обоснование построения сечения треугольной пирамиды ABCD плоскостью (EFG) ( см. рис.1), заполнив пропуски в следующем тексте :

- 1).  $GE \in (\dots)$ , т.к.  $(\dots) \subset (\dots)$ ;
- 2).  $(FG) \subset (\dots)$ , т.к.  $F, G \in (\dots)$ ;
- 3).  $(FG) \cap (\dots) = M$ ;
- 4).  $(EM) \cap (\dots) = N$ .

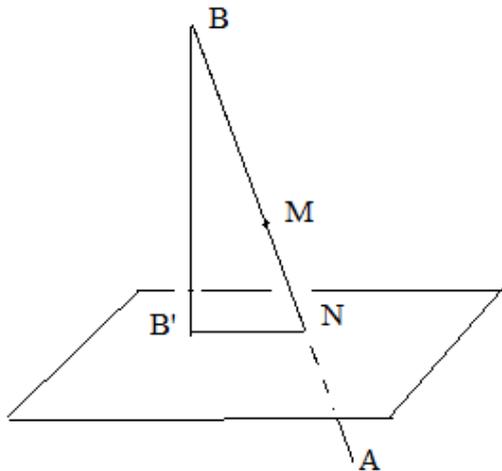
5.2. Назовите многоугольник, получившийся в сечении, перечислив все его вершины:

\_\_\_\_\_



6.

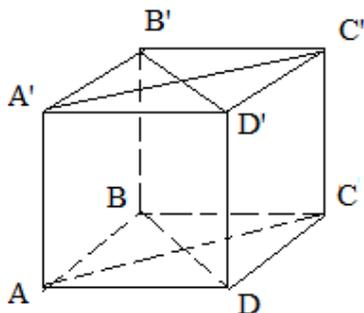
6.1. Решите задачу: «Плоскость, пересекающая отрезок  $AB$ , делит его в отношении  $3:7$ , считая от точки  $A$ . Расстояние от середины  $M$  этого отрезка до плоскости равно  $4$ . Тогда расстояние от точки  $B$  до этой плоскости равно: \_\_\_\_\_».



6.2. Укажите, какие из следующих определений необходимо использовать при решении данной задачи (выберите несколько ответов):

- а. определение параллельных прямых в пространстве
- б. определение расстояния от точки до плоскости
- в. определение равных треугольников
- г. определение прямой, перпендикулярной плоскости

7. Дан куб  $ABCD A'B'C'D'$ .



7.1. Установите, в каком из случаев не требуется дополнительных вычислений, чтобы найти угол между указанными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  (выберите один вариант ответа):

а.  $\alpha = (ACC'A')$  ,  $\beta = (BDD'B')$

б.  $\alpha = (ABCD)$  ,  $\beta = (BC'D)$

7.2. В каждом из следующих случаев найдите угол между плоскостями

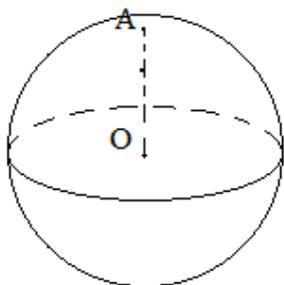
$\alpha$  и  $\beta$ :

а.  $\alpha = (ACC'A')$  ,  $\beta = (BDD'B')$

б.  $\alpha = (ABCD)$  ,  $\beta = (BC'D)$

а	б
$\varphi =$	$tg\varphi =$

8. Плоскость  $\alpha$ , перпендикулярная радиусу  $OA$  шара с центром  $O$ , проходит через точку  $O'$  этого радиуса, причем  $OO':O'A = 2:1$ .



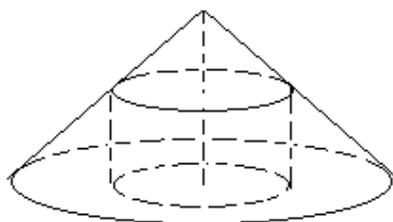
8.1. Запишите, чему равно отношение площади полученного сечения к площади большого круга шара (ответ запишите в виде обыкновенной дроби):  $\frac{m}{n}$ ,  $m = \dots$ ,  $n = \dots$

8.2. Какие теоретические факты необходимо использовать при обосновании решения задачи (выберите несколько ответов):

- а. терему Пифагора
- б. признаки подобия треугольников
- в. формулу площади круга
- г. формулу площади сегментной поверхности.

9.

9.1. Прочитайте и решите задачу: «Осевое сечение конуса – треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине и высотой  $h$ . В конус вписан цилиндр так, что плоскость его нижнего основания совпадает с плоскостью основания конуса. Найдите радиус основания цилиндра, если его образующая равна  $0,5h$ ». Ответ запишите в виде десятичной дроби для  $h = \sqrt{3}$ :  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ .



9.2. Какие теоретические факты необходимо повторить с учащимися, чтобы при наличии чертежа данная задача воспринималась в качестве устной задачи (выберите несколько ответов):

- а. теорема о пересечении плоскостью двух параллельных плоскостей
- б. определение осевого сечения конуса
- в. определение синуса угла в прямоугольном треугольнике
- г. формула для вычисления объема конуса

**10.** Треугольник  $ABC$  является изображением треугольника  $A'B'C'$  при параллельном проектировании.

**10.1.** Какое из следующих утверждений является верным (выберите один ответ):

- а. высоты треугольника  $ABC$  являются изображениями высот треугольника  $A'B'C'$ ;
- б. биссектрисы треугольника  $ABC$  являются изображениями биссектрис треугольника  $A'B'C'$ ?

**10.2.** Пусть  $A'H'$  – высота,  $A'L'$  – биссектриса треугольника  $A'B'C'$ ,  $AH$  – высота,  $AL$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Какое из следующих равенств является верным (выберите один ответ):

- а.  $(B'C', L') = (BC, L)$
- б.  $(B'C', H') = (BC, H)$ .