

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 28.09.2023 11:57:38  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460c75aa76a1d6bd7c23

**Министерство образования Московской области**  
**Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Московский государственный областной гуманитарный институт»**  
**(«Государственный гуманитарно-технологический университет»)**

**УТВЕРЖДАЮ**  
**проректор**



**26 июня 2023г.**

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.О.07.03 Математический анализ**

---

Направление подготовки: **44.03.01 Педагогическое образование»**

Направленность программы (профили): **Математика**

Квалификация (степень) выпускника: **Бакалавр**

Форма обучения: **Очная**

**Орехово-Зуево**

**2023 г.**

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Предметом изучения в рамках настоящего курса являются основные понятия математического анализа, их свойства и применения, а именно:

- множество действительных чисел, числовые функции и их свойства;
- предел числовой последовательности, функции и их свойства;
- непрерывные функции и их свойства;
- производная функции, её свойства и применения;
- неопределённые, определённые интегралы от функции одного переменного, их свойства и применения;
- кратные интегралы, их свойства и применения;
- числовые и функциональные ряды, их свойства и применения.

В этом курсе также осуществляется обобщение ряда понятий и методов классического математического анализа и на этой основе создаются новые оригинальные конструкции и методы исследования. При этом идеи и методы теории функций действительного переменного позволяют с единых позиций подходить к решению задач из разных разделов математики и физики.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.01 Педагогическое образование по профилю Математика 2023 года начала подготовки.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

### 2.1 Цели изучения дисциплины

- формирование представлений о понятиях и методах математического анализа;
- место и роль математического анализа в системе математических наук;
- приложения математического анализа в естественных науках;
- приложения понятий математического анализа в школьном курсе математики.

### 2.2. Задачи изучения дисциплины

- сформировать представления об основных понятиях математического анализа и их свойствах;
- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- научить применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- познакомить с современными направлениями развития математического анализа и его приложениями;

### 2.3. Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

## Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| <b>В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:</b>   | <b>Коды формируемых компетенций</b> |
| <b>Профессиональные компетенции (ПК):</b>   |                                     |
| Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | ПК-1                                |

### Индикаторы достижения компетенции

| Код и наименование компетенции  | Наименование индикатора достижения компетенции  |
|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | <p><b>ПК-1.1</b><br/>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2</b><br/>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3</b><br/>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p> |

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части учебного плана **Б1.О.07.03**

*Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам:*

«Аналитическая геометрия»,

«Линейная алгебра».

*Дисциплины, для изучения которых необходимы знания данного курса:*

«Дифференциальные уравнения»,

«Теория вероятностей и математическая статистика»

«Общий курс физики»,

разделы теоретической физики, а также дисциплины по выбору студента в области теоретической физики, прикладной математики, методики преподавания математики в школе.

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Раздел дисциплины | Семестр | Контактная работа | СРС | Промежуточная |
|-------------------|---------|-------------------|-----|---------------|
|                   |         |                   |     |               |

|  |  | Лекции   | ПЗ        |           | аттестация      |               |
|--|--|----------|-----------|-----------|-----------------|---------------|
| <b>Модуль 1. Подготовительный</b>        |  |          |           |           |                 |               |
|  | <b>Тема 1.</b> Множества   | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 2.</b> Основные понятия и законы математической логики.                          | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 3.</b> Методы доказательства математических теорем                               | 2        | 2         |           |                 |               |
| <b>Модуль 2. Введение в анализ</b>       |  |          |           |           |                 |               |
|  | <b>Тема 4.</b> Действительные числа.   | 4        | 4         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 5.</b> Функция.  | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 6.</b> Числовая последовательность и её предел.                                  | 4        | 4         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 7.</b> Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предел функции.            | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 8.</b> Таблица бесконечно малых функций. Замечательные пределы.                  | 2        | 2         | 36        | Зачет с оценкой |               |
|  | <b>Тема 9.</b> Непрерывные и разрывные функции.  | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 10.</b> Асимптоты графика функции.   | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 11.</b> Производная и дифференциал функции                                       | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 12.</b> Дифференцирование элементарных функций.                                  | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 13.</b> Основные теоремы дифференциального исчисления.                           | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 14.</b> Формула Тейлора  | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 15.</b> Исследование функций   | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 16.</b> Исследование функции и построение её графика.                            | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Итого в 1 семестре</b>  | <b>1</b> | <b>36</b> | <b>36</b> |                 |               |
| <b>Модуль 3. Неопределённый интеграл</b> |  |          |           |           |                 |               |
|  | <b>Тема 1.</b> Первообразная и неопределённый интеграл                                   | 2        | 2         |           |                 | 36<br>Экзамен |
|  | <b>Тема 2.</b> Методы вычисления неопределённых интегралов.                              | 2        | 2         | 72        |                 |               |
|  | <b>Тема 3.</b> Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен                    | 2        | 2         |           |                 |               |
|  | <b>Тема 4.</b> Простейшие рациональные дроби. Сведение рациональных дробей к простейшим. | 2        | 2         |           |                 |               |

|  |  |          |           |           |           |           |
|--|--|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|  | <b>Тема 5.</b> Интегрирование рациональных дробей  |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 6.</b> Интегрирование иррациональных функций.                                    |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 7.</b> Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.              |          | 2         | 2         |           |           |
| <b>Модуль 4. Определённый интеграл (интеграл Римана)</b>               |  |          |           |           |           |           |
|  | <b>Тема 8.</b> Начальные понятия о числовых рядах.                                       |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 9.</b> Положительные числовые ряды и признаки их сходимости и расходимости.      |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 10.</b> Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Признаки Лейбница и Абеля. |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 11.</b> Определенный интеграл Римана.  |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 12.</b> Свойства интеграла Римана.   |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 13.</b> Существование интеграла Римана.  |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 14.</b> Методы вычисления определённого интеграла.                               |          | 2         | 4         |           |           |
|  | <b>Тема 15.</b> Несобственные интегралы.   |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 16.</b> Геометрические приложения определённого интеграла.                       |          | 2         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 17.</b> Физические приложения определённого интеграла.                           |          | 4         | 2         |           |           |
| <b>Итого во 2 семестре</b>   |  | <b>2</b> | <b>36</b> | <b>36</b> | <b>72</b> | <b>36</b> |
| <b>Модуль 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных</b> |  |          |           |           |           |           |
|  | <b>Тема 1.</b> Действительная функция нескольких переменных                              |          | 1         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 2.</b> Предел, непрерывность и частные производные функции многих переменных.    |          | 1         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 3.</b> Дифференцирование сложной функции.  | <b>3</b> | 1         | 2         | <b>54</b> |           |
|  | <b>Тема 4.</b> Линии и поверхности уровня функции двух и трёх переменных.                |          | 1         | 2         |           |           |
|  | <b>Тема 5.</b> Касательная плоскость, нормаль, производная по                            |          | 1         | 2         |           |           |

|  |   |          |           |           |                |
|--|---|----------|-----------|-----------|----------------|
|  | направлению и градиент.   |          |           |           |                |
|  | <b>Тема 6.</b> Частные производные и дифференциалы высших порядков      |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 7.</b> Экстремум функции многих переменных.                     |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 8.</b> Условный экстремум функции многих переменных.            |          | 1         | 2         |                |
| <b>Модуль 6. Интегральное исчисление функции многих переменных</b> |   |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 9.</b> Двойной интеграл.  |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 10.</b> Вычисление двойного интеграла                           |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 11.</b> Замена переменных в двойном интеграле.                  |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 12.</b> Тройной интеграл.                                       |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 13.</b> Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 14.</b> Тройной интеграл в цилиндрических координатах.          |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 15.</b> Тройной интеграл в сферических координатах.             |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 16.</b> Геометрические приложения двойных и тройных интегралов. |          | 1         | 2         |                |
|  | <b>Тема 17.</b> Физические приложения двойных и тройных интегралов..    |          | 1         | 2         |                |
| <b>Итого в 3 семестре</b>  |   |          | <b>18</b> | <b>36</b> | <b>54</b>      |
| <b>Модуль 7. Числовые ряды</b>                                     |   |          |           |           |                |
|  | <b>Тема 1.</b> Числовой ряд и его сходимость.                           |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 2.</b> Положительные числовые ряды.                             |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 3.</b> Знакопеременные ряды.                                    |          | 2         | 4         |                |
| <b>Модуль 8. Функциональные ряды</b>                               |   | <b>4</b> |           |           | <b>54</b>      |
|  | <b>Тема 4.</b> Функциональные последовательности.                       |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 5.</b> Функциональные ряды.                                     |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 6.</b> Степенные ряды.  |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 7.</b> Формула и ряд Тейлора.                                   |          | 2         | 4         |                |
|  | <b>Тема 8.</b> Ряды Фурье.  |          | 4         | 8         |                |
|  |   |          |           |           | <b>36</b>      |
|  |   |          |           |           | <b>экзамен</b> |

|                           |  |           |           |           |           |
|---------------------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Итого в 4 семестре</b> |  | <b>18</b> | <b>36</b> | <b>54</b> | <b>36</b> |
|---------------------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|

## **4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### *Лекции*

#### *Семестр 1*

#### **Модуль 1. Подготовительный**

##### **Тема 1. Множества**

Элементы теории множеств. Основные понятия, символика, действия над множествами и их свойства. Понятие функции.

##### **Тема 2. Основные понятия и законы математической логики**

Элементы математической логики. Основные понятия, символика, действия над логическими функциями.

##### **Тема 3. Методы доказательства математических теорем**

Прямой метод, метод математической индукции и метод от противоположного (противного).

#### **Модуль 2. Введение в анализ**

##### **Тема 4. Действительные числа**

Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Дискретные, не дискретные и сплошные классы числовых множеств. Ограниченные и неограниченные множества на координатной прямой. Существование конечной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) непустого числового множества.

##### **Тема 5. Функции**

Функция. Способы задания. Область определения и множество значений функции. Действия над функциями. График функции. Классификация функций.

##### **Тема 6. Числовая последовательность и её предел**

Основные понятия. Действия над числовыми последовательностями. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел. Свойства предела.

Неопределённости и способы их раскрытия. Методы вычисления пределов числовых последовательностей.

##### **Тема 7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предел функции**

Определения бесконечно малых и бесконечно больших функций в точке, их свойства. Предел функции в точке и его свойства.

##### **Тема 8. Таблица бесконечно малых функций. Замечательные пределы**

Сравнение бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых и её применения при вычислении пределов. Первый и второй замечательные пределы, число  $e$ .

### **Тема 9. Непрерывные и разрывные функции**

Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность сложной функции. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

### **Тема 10. Асимптоты графика функции**

Понятие асимптоты. Горизонтальная, вертикальная и наклонная асимптоты графика функции.

### **Тема 11. Производная и дифференциал функции**

Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал. Механический и геометрический смысл производной и дифференциала. Непрерывность дифференцируемой функции.

### **Тема 12. Дифференцирование элементарных функций**

Производные основных элементарных функций. Производные от гиперболических функций. Таблица производных. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.

### **Тема 13. Основные теоремы дифференциального исчисления**

Теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопитала.

### **Тема 14. Формула Тейлора**

Вывод формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций.

### **Тема 15. Исследование функций**

Признаки постоянства и монотонности функции на промежутке. Локальные и глобальные экстремумы функции. Алгоритм исследования функций на локальный экстремум. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба графика функции. Алгоритм исследования функций на выпуклость и вогнутость.

### **Тема 16. Исследование функции и построение её графика**

Исследование функции. Алгоритм исследования функции. Построение графика функции.

## ***Семестр 2***

### **Модуль 3. Неопределённый интеграл**

#### **Тема 1. Первообразная и неопределённый интеграл**

Первообразная и её свойства. Неопределённый интеграл и его свойства. Вывод наиболее часто встречающихся интегралов. Табличные интегралы.



## **Тема 2. Методы вычисления неопределённых интегралов**

Методы подведения под знак дифференциала, подстановка или замена переменной и по частям) и их применения.

## **Тема 3. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен**

Виды функций. Виды функций, содержащих квадратный трёхчлен и их интегрирование.

## **Тема 4. Простейшие рациональные дроби. Сведение рациональных дробей к простейшим.**

Виды дробей. Виды простейших рациональных дробей. Сведение произвольных рациональных дробей к простейшим.

## **Тема 5. Интегрирование рациональных дробей**

Алгоритм интегрирования рациональных дробей и его применения.

## **Тема 6. Интегрирование иррациональных функций**

Иррациональные функции и методы их интегрирования.

## **Тема 7. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций**

Тригонометрические функции и их интегрирования. Гиперболические функции и их интегрирование.

## **Модуль 4. Определённый интеграл (интеграл Римана).**

### **Тема 8. Начальные понятия о числовых рядах**

Понятие числового ряда. Связь с числовой последовательностью. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимый признак сходимости и его следствия. Способ суммирования простейших числовых рядов.

### **Тема 9. Положительные числовые ряды и признаки их сходимости и расходимости**

Положительные числовые ряды. Признаки: сравнения, Даламбера и Коши. Применения признаков к исследованию числовых рядов.

### **Тема 10. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Признаки Лейбница и Абеля.**

Знакопеременные числовые ряды. Понятия абсолютной и условной сходимости. Признак сходимости Абеля.

### **Тема 11. Определённый интеграл Римана**

Задачи, приводящие к понятию интеграла Римана. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

### **Тема 12. Свойства интеграла Римана**

Интеграла Римана и первообразная подынтегральной функции. Свойства определённого интеграла.

### Тема 13. Существование интеграла Римана

Критерий и признаки существования интеграла Римана.

### Тема 14. Методы вычисления определённого интеграла

Методы вычисления определённого интеграла (подстановка, замена переменной или подстановка и по частям) и их применения.

### Тема 15. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого и второго родов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

### Тема 16. Геометрические приложения определённого интеграла

Вычисление площади плоской фигуры в декартовых и полярных координатах и в случае параметрического задания функции. Вычисление длины дуги в декартовых и полярных координатах и в случае параметрического задания функции. Вычисление объема тела вращения. Вычисление площади поверхности тела вращения. Алгоритм геометрического применения определённого интеграла.

### Тема 17. Физические приложения определённого интеграла

Вычисление координаты центра тяжести, моментов инерции и работы переменной силы. Алгоритм физического применения определённого интеграла.

## *Семестр 3*

### **Модуль 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных**

#### Тема 1. Действительная функция многих переменных

Действительная функция нескольких действительных переменных, её область определения и множество значений. График функции двух переменных в координатной системе  $Oxuz$ .

Тема 2. Предел, непрерывность и частные производные функции многих переменных. Полное приращение и полный дифференциал функции многих переменных. Инвариантность формы полного дифференциала.

#### Тема 3. Дифференцирование сложной функции

Дифференцирование сложной функции. Понятие полной производной.. Существование и дифференцируемость неявной функции.

#### Тема 4. Линии и поверхности уровня функции двух и трёх переменных.

Составление уравнения линии уровня функции двух переменных и поверхности уровня функции трёх переменных. Физические интерпретации линий и поверхностей уровня.

### **Тема 5. Касательная плоскость, нормаль, производная по направлению и градиент**

Касательная плоскость, нормаль, производная по направлению и градиент.

### **Тема 6. Частные производные и дифференциалы высших порядков**

Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

### **Тема 7. Экстремум функции многих переменных**

Локальный и глобальный экстремум. Теорема Вейерштрасса о существовании глобального экстремума в компакте. Необходимые и достаточные условия. Алгоритм исследования функции многих переменных на локальный экстремум. Алгоритм исследования функции двух переменных на глобальный экстремум в компакте.

### **Тема 8. Условный экстремум функции многих переменных**

Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

## **Модуль 6. Интегральное исчисление функции многих переменных**

### **Тема 9. Двойной интеграл**

Определение и свойства двойного интеграла.

### **Тема 10. Вычисление двойного интеграла.**

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле.

### **Тема 11. Замена переменных в двойном интеграле**

Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.

### **Тема 12. Тройной интеграл**

Определение тройного интеграла, его свойства.

### **Тема 13. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.**

Сведение тройного интеграла к трёхкратному интегралу по правильной области и его вычисление.

### **Тема 14. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.**

Вывод цилиндрических координат. Связь между декартовыми и цилиндрическими координатами. Якобиан перехода от декартовых координат к цилиндрическим.

### **Тема 15. Тройной интеграл в сферических координатах.**

Вывод сферических координат. Связь между декартовыми и сферическими координатами. Якобиан перехода от декартовых координат к сферическим.

### **Тема 16. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов**

Вычисление объёмов тел с помощью двойного и тройного интегралов. Площадь гладкой поверхности.

### **Тема 17. Физические приложения двойных и тройных интегралов**

Вычисление массы тела и координат центра тяжести. Вычисление работы, массы тела и координат центра тяжести.

## ***Семестр 4***

### **Модуль 7. Числовые ряды**

#### **Тема 1. Числовой ряд и его сходимость**

Числовой ряд, его сходимость и сумма. Умножение ряда на число. Сложение и умножение числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.

#### **Тема 2. Положительные числовые ряды**

Признаки сравнения, Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Интегральный критерий сходимости.

#### **Тема 3. Знакопеременные ряды**

Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.

### **Модуль 8. Функциональные ряды**

#### **Тема 4. Функциональные последовательности**

Функциональные последовательности. Область сходимости. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Предел равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрирование функциональных последовательностей. Дифференцирование функциональных последовательностей.

#### **Тема 5. Функциональные ряды**

Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Сумма равномерно сходящегося функционального ряда. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.

#### **Тема 6. Степенные ряды**

Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

## Тема 7. Формула и ряд Тейлора

Теорема о представлении остаточного члена ряда Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд. Биномиальный ряд.

## Тема 8. Ряды Фурье

Задача разложения функции в тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье периодической функции. Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Свойства коэффициентов ряда Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.

## ***ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ***

### ***Семестр 1***

#### **Модуль 1. Подготовительный**

#### **Тема 1. Множества**

##### **Практическое занятие 1**

**Тема:** «Элементы теории множеств: символика, действия над множествами и их свойства»

Учебные цели:

1. Обзор начальных понятий теории множеств.
2. Научиться выводить и применять действия над множествами.

Основные термины и понятия:

1. Множество.
2. Символика теории множеств.
3. Действия над множествами.

#### **Тема 2. Основные понятия и законы математической логики.**

##### **Практическое занятие 2**

**Тема:** «Основные понятия и законы математической логики»

Учебные цели:

1. Обзор основных операций и законов математической логики.
2. Научиться применять действия законы математической логики.

Основные термины и понятия:

1. Высказывания.
2. Логические действия.
3. Предикаты.
4. Основные законы математической логики.

#### **Тема 3. Методы и доказательства математических теорем**

##### **Практическое занятие 3**

**Тема:** «Методы доказательства математических теорем»

Учебные цели:

1. Обзор методов доказательства математических теорем.
2. Научиться применять методы при доказательстве теорем.

Основные термины и понятия:

1. Прямой метод.
2. Метод математической индукции.

3. Метод от противоположного.

## **Модуль 2. Введение в анализ.**

### **Тема 4. Действительные числа.**

#### **Практическое занятие 4**

**Тема:** «Действительные числа: аксиоматическая теория множества действительных чисел. Свойства действительных чисел»

Учебные цели:

1. Обзор аксиом аксиоматической теории множества действительных чисел.
2. Научиться выводить свойства действительных чисел из аксиом.

Основные термины и понятия

1. Аксиома и аксиоматический метод.
2. Аксиоматическая теория множества действительных чисел.

#### **Практическое занятие 5**

**Тема:** «Действительные числа: модуль действительного числа. Ограниченные и неограниченные множества действительных чисел на координатной прямой. Существование точной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) числового множества»

Учебные цели:

1. Научиться вычислять модуль любого действительного числа.
2. Научиться использовать свойства модуля.
3. Определять ограниченность и неограниченность числовых множеств.
4. Научиться вычислять точные грани числовых множеств.

Основные термины и понятия

1. Модуль действительного числа.
2. Ограниченные и неограниченные числовые множества.
3. Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества.

### **Тема 5. Функция**

#### **Практическое занятие 6**

**Тема:** «Функция. Способы задания. Область определения и множество значений функции. Действия над функциями. График функции. Классификация функций»

Учебные цели:

1. Изучить определение функции и его интерпретации как отображения.
2. Научиться находить области определения и множества значений функций.
3. Научиться производить действий над функциями.
4. Научиться строить графики элементарных функций.

Основные термины и понятия

1. Функция.
2. Область определения и множество значений функции.
3. Действия над функциями.
4. График функции.

#### **Практическое занятие 7**

**Тема:** «Функция. Классификация функций»

Учебные цели:

1. Изучить классы функций.

2. Определять принадлежность элементарных функций к классам.

Основные термины и понятия

1. Классы функций.
2. Элементарные функции.

### **Практическое занятие 8**

**Тема:** «Обратные функции»

Учебные цели:

1. Научиться применять теорему о существовании обратной функции.
2. Научиться использовать метод обращения функции.
3. Научиться обращать элементарные функции.

Основные термины и понятия

1. Обратные функции.
2. Обращение функций.
3. Обращение элементарных функций.

### **Тема 6. Числовая последовательность и ее предел**

### **Практическое занятие 9**

**Тема:** «Неопределённости и способы их раскрытия при вычислении пределов»

Учебные цели:

1. Научиться классифицировать типы неопределённостей.
2. Изучить способы раскрытия неопределённостей..

Основные термины и понятия

1. Неопределённости.
2. Классификация неопределённостей.

### **Тема 7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предел функции**

### **Практическое занятие 10**

**Тема:** «Числовая последовательность. Бесконечно малые и большие числовые последовательности, их свойства»

Учебные цели:

1. Научиться производить действия над последовательностями.
2. Научиться применять бесконечно малые и большие числовые последовательности и их свойства.

Основные термины и понятия

1. Предел числовой последовательности.
2. Бесконечно малая числовая последовательность.
3. Бесконечно большая числовая последовательность.

### **Практическое занятие 11**

**Тема:** «Предел функции и его свойства»

Учебные цели:

1. Научиться вычислять пределы функций в точке по определению.
2. Научиться вычислять пределы функций в точке по свойствам.

Основные термины и понятия

1. Предел функции в точке.
2. Свойства пределов.

## **Тема 8. Таблица бесконечно малых функций. Замечательные пределы.**

### **Практическое занятие 12**

**Тема:** «Замечательные пределы и их применения»

Учебные цели:

1. Научиться использовать замечательные пределы в различных формах.

Основные термины и понятия

1. Первый замечательный предел.
2. Второй замечательный предел.
3. Три формы второго замечательного предела.

### **Практическое занятие 13**

**Тема:** «Таблица эквивалентных бесконечно малых и её применение при вычислении пределов»

Учебные цели:

1. Изучить способы сравнения функций.
2. Изучить вывод эквивалентных бесконечно малых.
3. Научиться применять таблицу эквивалентных бесконечно малых при вычислении пределов.

Основные термины и понятия

1. Сравнение функций.
2. Эквивалентные бесконечно малые функции в точке.

## **Темы 9, 10. Непрерывные и разрывные функции. Асимптоты графика функции.**

### **Практическое занятие 14**

**Тема:** «Непрерывные и разрывные функции. Непрерывность сложной функции».

Асимптоты графика функции.

Учебные цели:

1. Научиться исследовать функции на непрерывность в точке.
2. Научиться находить точки разрыва функций.
3. Изучение локальных свойств непрерывных функций.
4. Непрерывность сложной функции.
5. Нахождение наклонной, горизонтальной и вертикальной асимптот.

Основные термины и понятия

1. Непрерывность функции в точке.
2. Точки разрыва.
3. Наклонная, горизонтальная и вертикальная асимптоты.

## **Тема 11-14. Производная и дифференциал функции.**

### **Дифференцирование элементарных функций**

### **Основные теоремы дифференциального исчисления**

### **Формула Тейлора**

### **Практическое занятие 15**

**Тема:** «Производная функции в точке. Дифференцируемость функции в точке. Их геометрический и механический смысл. Проведение касательной и нормали к плоской кривой. Производные высших порядков»

Учебные цели:

1. Научиться находить производные и дифференциалы функций.



2. Научиться составлять уравнения касательной и нормали к плоской кривой.
3. Научиться вычислять производные 2 – ого и более порядков.

Основные термины и понятия

1. Производная функции в точке.
2. Дифференциал функции в точке.
3. Касательная и нормаль кривой.
4. Производные высших порядков.

**Тема 15, 16. Исследование функций. Исследование функций и построение ее графика.**

### **Практическое занятие 16**

**Тема:** «Исследование функций на локальный и глобальный экстремум. Общий алгоритм исследования функции и построения её графика»

Учебные цели:

1. Научиться исследовать функции на локальный и глобальный экстремумы.
2. Научиться применять общий алгоритм исследования функции и построения её графика.

Основные термины и понятия

1. Локальный экстремум функции.
2. Глобальный экстремум функции.

## *Семестр 2*

### **Модуль 3. Неопределенный интеграл**

**Тема 1. Первообразная и неопределенный интеграл**

#### **Практическое занятие 1**

**Тема:** «Первообразная и неопределённый интеграл. Методы интегрирования (подведение под знак дифференциала, подстановка (или замена переменной) и по частям) и их применение»

Учебные цели:

1. Научиться применять методы подведения под знак дифференциала, подстановки (замены переменной) и по частям.

Основные термины и понятия

1. Метод подведения под знак дифференциала.
2. Метод подстановки (замены переменной).
3. Метод по частям.

**Тема 2. Методы вычисления неопределенных интегралов.**

#### **Практическое занятие 2**

**Тема:** «Вывод табличных интегралов. Применение табличных интегралов»

Учебные цели:

1. Научиться выводить табличные интегралы.
2. Научиться применение табличные интегралы.

Основные термины и понятия

1. Табличные интегралы.

### **Тема 3. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен.**

#### **Практическое занятие 3**

**Тема:** «Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен»

Учебные цели:

1. Научиться интегрировать функции, содержащие квадратные трёхчлены.

Основные термины и понятия

1. Табличные интегралы.
2. Четыре вида функций, содержащих квадратный трёхчлен.

### **Тема 4. Простейшие рациональные дроби. Сведение рациональных дробей к простейшим**

#### **Практическое занятие 4**

**Тема:** «Простейшие рациональные дроби. Сведение рациональных дробей к простейшим.

Учебные цели:

1. Обзор классов простейших дробей.
2. Научиться разлагать рациональные дроби.
3. Изучение методов сведения рациональных дробей к простейшим.

Основные термины и понятия:

1. Классификации простейших дробей.
2. Разложение рациональной дроби на простейшие.

### **Тема 5. Интегрирование рациональных дробей**

#### **Практическое занятие 5**

**Тема:** «Интегрирование рациональных дробей»

Учебные цели:

1. Научиться интегрировать простейшие дроби.
2. Научиться интегрировать рациональные дроби.

Основные термины и понятия

1. Интеграл от рациональных дробей.

### **Тема 6. Интегрирование иррациональных функций**

#### **Практическое занятие 6**

**Тема:** «Интегрирование иррациональных функций»

Учебные цели:

1. Научиться интегрировать иррациональные функции.

Основные термины и понятия

2. Интегралы от иррациональных функций.

### **Тема 7. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.**

#### **Практическое занятие 7**

**Тема:** «Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций»

Учебные цели:

1. Научиться интегрировать тригонометрические функции.
2. Научиться интегрировать гиперболические функции.

Основные термины и понятия

1. Интегралы от тригонометрических функций.

2. Интегралы от гиперболических функций.

#### **Модуль 4. Определённый интеграл (интеграл Римана)**

##### **Тема 8. Начальные понятия о числовых рядах.**

###### **Практическое занятие 8**

**Тема:** «Начальные понятия о числовых рядах»

Учебные цели:

1. Изучение начальных понятий о числовых рядах.
2. Научиться применять необходимый признак сходимости и его следствия.
3. Находить суммы простейших числовых рядов по определению.

Основные термины и понятия

1. Необходимый признак сходимости.
2. Суммирование простейших числовых рядов.

##### **Тема 9. Положительные числовые ряды и признаки их сходимости и расходимости.**

###### **Практическое занятие 9**

**Тема:** «Положительные числовые ряды и признаки их сходимости и расходимости»

Учебные цели:

1. Научиться исследовать положительные числовые ряды на сходимость и расходимость.
2. Научиться применять признаки сходимости и расходимости.

Основные термины и понятия

1. Положительные числовые ряды.
2. Признаки сходимости и расходимости.
3. Признаки сравнения, Даламбера и Коши.

##### **Тема 10. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Признаки Лейбница и Абеля.**

###### **Практическое занятие 10**

**Тема:** «Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Признаки Лейбница и Абеля»

Учебные цели:

1. Научиться определять абсолютную и условную сходимости числовых рядов.
2. Научиться применять признаки Лейбница и Абеля.

Основные термины и понятия

1. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды.
2. Признаки сходимости Лейбница и Абеля.

##### **Тема 11. Определенный интеграл Римана.**

###### **Практическое занятие 11**

**Тема:** «Определенный интеграл Римана»

Учебные цели:

1. Изучение задач, приводящих к понятию интеграла Римана.
2. Научиться вычислять интегралы по формуле Ньютона-Лейбница.

Основные термины и понятия

1. Полное разбиение отрезка.

2. Определённый интеграл Римана как предел числовой последовательности или сумма числового ряда.
3. Формула Ньютона-Лейбница.

## **Тема 12. Свойства интеграла Римана.**

### **Практическое занятие 12**

**Тема:** «Свойства и существование интеграла Римана»

Учебные цели:

1. Изучение свойств интеграла Римана.
2. Научиться применять свойства интеграла Римана.

Основные термины и понятия

1. Свойства интеграла Римана.
2. Существования интеграла Римана.

## **Тема 13. Существование интеграла Римана.**

### **Практическое занятие 13**

**Тема:** «Методы вычисления интеграла Римана»

Учебные цели:

1. Научиться вычислять интеграл Римана с применением методов интегрирования.

Основные термины и понятия

1. Метод подстановки в определённом интеграле.
2. Метод по частям в определённом интеграле.

## **Тема 14. Методы вычисления определенного интеграла**

### **Практическое занятие 14**

**Тема:** «Несобственные интегралы»

Учебные цели:

1. Научиться вычислять несобственные интегралы первого и второго родов.

Основные термины и понятия

1. Несобственные интегралы первого рода.
2. Несобственные интегралы второго рода.

## **Тема 15. Несобственные интегралы**

### **Практическое занятие 15**

**Тема:** «Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов»

Учебные цели:

1. Научиться исследовать сходимость и расходимость несобственных интегралов первого и второго родов.

Основные термины и понятия:

1. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов первого рода.
2. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов второго рода.

## **Тема 16. Геометрические приложения определенного интеграла**

### **Практическое занятие 16**

**Тема:** «Геометрические и физические приложения определённого интеграла»

Учебные цели:

1. Научиться вычислять площади плоских фигур.
2. Научиться вычислять длин дуг плоской кривой.
3. Научиться вычислять площади поверхности тела вращения.
4. Научиться вычислять объёмы тел вращения.
5. Научиться вычислять центр тяжести.
6. Научиться вычислять моментов инерции.
7. Научиться вычислять работу переменной силы.

Основные термины и понятия:

1. Площадь плоской фигуры.
2. Длина дуги плоской кривой.
3. Площадь поверхности тела вращения.
4. Объём тела вращения.
5. Центр тяжести.
6. Момент инерции.
7. Работа переменной силы.

### *Семестр 3*

#### **Модуль 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных**

##### **Тема 1. Действительная функция многих переменных**

##### **Практическое занятие 1**

##### **Тема. Функция многих переменных**

Учебные цели:

1. Изучение области определения и множества значений функции многих переменных на примерах.
2. Изучение способа построения графика функции в координатной системе *Oxyz* на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Область определения функции многих переменных.
2. Множество значений функции многих переменных.
3. График функции двух переменных.

##### **Тема 2. Предел непрерывность и частные производные функции многих переменных.**

##### **Практическое занятие 2**

##### **Тема. Предел, непрерывность и частные производные функции многих переменных**

Учебные цели:

1. Изучение предела функции двух и трёх переменных на примерах.
2. Изучение непрерывности функции двух и трёх переменных на примерах.
3. Изучение частных производных функции двух и трёх переменных на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Предел функции двух и трёх переменных.
2. Непрерывность двух и трёх переменных.
3. Частные производные функции двух и трёх переменных.

### **Тема 3. Линии и поверхности уровня функции двух и трех переменных.**

#### **Практическое занятие 3**

#### **Тема. Линии и поверхности уровня функции двух и трёх переменных.**

Учебные цели:

1. Научиться находить линии уровня функции двух переменных.
2. Научиться находить поверхности уровня функции трёх переменных.
3. Научиться дифференцировать функции двух и трёх переменных.

Основные термины и понятия:

1. Линии уровня функции двух переменных.
2. Поверхности уровня функции трёх переменных.
3. Дифференцируемость функции двух и трёх переменных.

### **Тема 4. Дифференцирование сложной функции.**

#### **Практическое занятие 4**

#### **Тема. Дифференцирование сложной функции**

Учебные цели:

1. Научиться дифференцировать сложные функции.
2. Научиться дифференцировать неявные функции.
3. Научиться находить полные производные.

Основные термины и понятия:

1. Полный дифференциал сложной функции двух и трёх переменных.
2. Дифференцирование неявно заданной функции.
3. Полная производная функции двух и трёх переменных.

### **Тема 5. Касательная плоскость, нормаль, производная по направлению градиент.**

#### **Практическое занятие 5**

#### **Тема. Касательная плоскость, нормаль, производная по направлению и градиент**

Учебные цели:

1. Изучение способа составления уравнений касательной плоскости к поверхности на примерах.
2. Изучение способа составления уравнений нормали к поверхности на примерах.
3. Изучение способа нахождения производной по направлению на примерах.
4. Изучение способа построения градиента функции многих переменных на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Уравнение касательной плоскости к поверхности.
2. Уравнение нормали к поверхности.
3. Производная по направлению.
4. Градиент.

### **Тема 6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.**

#### **Практическое занятие 6.**

#### **Тема. Частные производные и дифференциалы высших порядков**

Учебные цели:

1. Научиться найти частные производные второго порядка от функции двух и трёх переменных.

2. Научиться найти дифференциалы второго порядка от функции двух и трёх переменных.

3. Научиться строить формулы Тейлора для функции двух переменных.

Основные термины и понятия:

1. Частные производные второго порядка.
2. Полный дифференциал второго порядка
3. Формула Тейлора для функции двух переменных.

## **Тема 7. Экстремум функций многих переменных**

### **Практическое занятие 7**

#### **Тема. Экстремум функции многих переменных**

Учебные цели:

1. Научиться найти стационарные и критические точек.
2. Научиться найти локальный и глобальный экстремумы.
3. Научиться применять необходимые и достаточные условия.

Основные термины и понятия:

1. Стационарные и критические точки функции многих переменных.
2. Локальный экстремум функции двух и трёх переменных.
3. Глобальный экстремум функции двух переменных.

### **Практическое занятие 8**

**Тема.** Применение алгоритма исследования функции 2-3 х переменных на локальный экстремум.

Учебные цели:

1. Изучить алгоритм исследования функции 2-3-х переменных на локальный экстремум на примерах.
2. Изучить алгоритм исследования функции 2-х переменных на глобальный экстремум в компакте на примерах.
3. Научиться применять необходимые и достаточные условия.

Основные термины и понятия:

1. Стационарные и критические точки функции многих переменных.
2. Локальный экстремум функции двух и трёх переменных.
3. Глобальный экстремум функции двух переменных в компакте.

## **Тема 8. Условный экстремум функции многих переменных.**

### **Практическое занятие 9**

#### **Тема. Условный экстремум функции многих переменных**

Учебные цели:

1. Изучение условного экстремума на примерах.
2. Изучение метода Лагранжа исследования функции на условный экстремум на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Условный экстремум.
2. Метод Лагранжа.

## **Модуль 6. Интегральное исчисление функции многих переменных**

### **Тема 9. Двойной интеграл**

#### **Практическое занятие 10**

##### **Тема. Двойной интеграл**

Учебные цели:

1. Изучение построения интегральной суммы для функции двух переменных на примерах.
2. Научиться выводить свойства двойного интеграла.

Основные термины и понятия:

1. Двойной интеграл.
2. Свойства двойного интеграла.

## **Тема 10. Вычисление двойного интеграла**

### **Практическое занятие 11**

#### **Тема. Вычисление двойного интеграла.**

Учебные цели:

1. Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах (общий случай).
2. Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах (составные области).

Основные термины и понятия:

1. Двойной интеграл как повторный интеграл.
2. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле.

## **Тема 11. Замена переменных в двойном интеграле**

### **Практическое занятие 12**

#### **Тема. Замена переменных в двойном интеграле**

Учебные цели:

1. Научиться производить замену переменных в двойном интеграле.
2. Научиться вычислять двойной интеграл в полярных координатах.

Основные термины и понятия:

1. Замена переменных в двойном интеграле.
2. Двойной интеграл в полярных координатах.

## **Тема 12. Тройной интеграл**

### **Практическое занятие 13**

#### **Тема. Тройной интеграл**

Учебные цели:

1. Изучение построения интегральной суммы для функции трёх переменных на примерах.
2. Изучение свойства тройного интеграла на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Тройной интеграл.
2. Свойства тройного интеграла.

## **Тема 13. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах**

### **Практическое занятие 14**

#### **Тема. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.**

Учебные цели:

1. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах (общий случай) на примерах.
2. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах (составные области) на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Тройной интеграл как повторный интеграл.



**Тема 14, 15. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах.**

**Практическое занятие 15**

**Тема:** Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах

Учебные цели:

1. Изучить алгоритм замены переменных в тройном интеграле на примерах.
2. Изучить способ нахождения якобиана преобразования на примерах.
3. Изучить алгоритм вычисления тройных интегралов в цилиндрических координатах.
4. Изучить алгоритм вычисления тройных интегралов в цилиндрических координатах.

Основные термины и понятия

1. Замена переменных в тройном интеграле.
2. Якобиан преобразования.
3. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
4. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.

**Тема 16, 17. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов.**

**Физические приложения двойных и тройных интегралов.**

**Практическое занятие 16**

**Тема:** Геометрические и физические приложения двойного и тройного интегралов

Учебные цели:

1. Научиться вычислять площади гладких поверхностей.
2. Научиться вычислять объёмы.
3. Научиться вычислять координаты центра тяжести.
4. Научиться вычислять моменты инерции.

Основные термины и понятия:

1. Геометрическое применение двойного интеграла.
2. Геометрическое применение тройного интеграла.
3. Физические применения двойного интеграла.
4. Физические применения тройного интеграла.

***Семестр 4***

**Модуль 7. Числовые ряды**

**Тема 1. Числовой ряд и его сходимость.**

**Практическое занятие 1**

**Тема.** Числовой ряд и его сходимость

Учебные цели:

1. Изучение арифметических действий над числовыми рядами на примерах.
2. Применение необходимого условия сходимости на примерах.

Основные термины и понятия:

1. Числовой ряд.
2. Арифметические действия над числовыми рядами.
3. Сумма сходящегося числового ряда.

**Практическое занятие 2**

**Тема.** Необходимый признак сходимости и его следствия

Учебные цели:

1. Научиться применять необходимое условие сходимости.
2. Научиться применять следствия из необходимого условия.

Основные термины и понятия:

1. Необходимый признак.
2. Понятие гармонического ряда.

## **Тема 2. Положительные числовые ряды**

### **Практическое занятие 3**

**Тема.** Положительные числовые ряды

Учебные цели:

1. Научиться исследовать положительные числовые ряды на сходимость.
2. Научиться применять признаки сравнения при решении задач.

Основные термины и понятия

1. Положительный числовой ряд.
2. Признаки сравнения сходимости и расходимости.

### **Практическое занятие 4**

**Тема.** Признаки Даламбера и Коши о сходимости и расходимости положительных рядов. Решение задач.

Учебные цели:

1. Научиться применять признак Даламбера.
2. Научиться применять признак Коши.

Основные термины и понятия

1. Признак сходимости и расходимости Даламбера.
2. Признак сходимости и расходимости Коши.

### **Практическое занятие 5**

**Тема.** Интегральный критерий Коши. Решение задач.

Учебные цели:

1. Научиться построить для данного положительного ряда несобственный интеграл.
2. Научиться исследовать на сходимость и расходимость ряда при помощи несобственного интеграла.

Основные термины и понятия

1. Несобственный интеграл.
2. Интегральный критерий Коши.

## **Тема 3. Знакопеременные ряды.**

### **Практическое занятие 6**

**Тема.** Знакопеременные ряды.

Учебные цели:

1. Научиться конструировать знакопеременные ряды.
2. Научиться определять абсолютную сходимость ряда.
3. Научиться определять условную сходимость ряда.

Основные термины и понятия:

1. Знакопеременные числовые ряды.
3. Абсолютная сходимость.
4. Условная сходимость.

### **Практическое занятие 7**

**Тема.** Знакопеременные ряды. Признак Лейбница для знакопеременных рядов. Решение задач.

Учебные цели:

1. Научиться конструировать знакопеременные ряды.
2. Научиться применять теорему Лейбница.

Основные термины и понятия:

1. Знакопеременные числовые ряды.
2. Теорема Лейбница.

## **Модуль 8. Функциональные ряды**

### **Тема 4. Функциональные последовательности**

#### **Практическое занятие 8**

**Тема.** Функциональные последовательности

Учебные цели:

1. Исследование функциональных последовательностей на сходимость.
2. Исследование функциональных последовательностей на равномерную сходимость.

Основные термины и понятия:

1. Функциональная последовательность.
2. Равномерная сходимость.

### **Практическое занятие 9**

**Тема.** Интегрирование функциональных последовательностей. Дифференцирование функциональных последовательностей. Решение задач.

Учебные цели:

1. Исследование функциональных последовательностей на сходимость после её интегрирования.
2. Исследование функциональных последовательностей на сходимость после её дифференцирования.

Основные термины и понятия:

1. Интегрирование функциональной последовательности.
2. Дифференцирование функциональной последовательности.

### **Тема 5. Функциональные ряды**

#### **Практическое занятие 10**

**Тема.** Функциональные ряды. Область задания. Поточечная сходимость функционального ряда.

Учебные цели:

1. Научиться задать и определять область задания функционального ряда.
2. Научиться исследовать функциональные ряды на поточечную сходимость.

Основные термины и понятия:

1. Функциональный ряд.
2. Поточечная сходимость функционального ряда.

### **Практическое занятие 11**

**Тема.** Функциональные ряды. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса о равномерной сходимости

Учебные цели:

1. Научиться исследовать функциональные ряды на равномерную сходимость.
2. Научиться применять признак Вейерштрасса к исследованию функциональных рядов на равномерную сходимость.

Основные термины и понятия:

1. Равномерная сходимость.
2. Признак Вейерштрасса.

### **Практическое занятие 12**

**Тема.** Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.

Учебные цели:

1. Научиться исследовать функциональный ряд после его интегрирования.
2. Научиться исследовать функциональный ряд после его дифференцирования.

Основные термины и понятия:

1. Интегрирование функциональных рядов
2. Дифференцирование функциональных рядов.

### **Тема 6. Степенные ряды.**

#### **Практическое занятие 13**

**Тема.** Степенные ряды

Учебные цели:

1. Научиться задавать степенной ряд в общем виде и с центром в точке 0.
2. Научиться определять радиус и интервал сходимости степенного ряда геометрической прогрессии.

Основные термины и понятия:

1. Степенной ряд.
2. Радиус сходимости степенного ряда.
3. Интервал сходимости степенного ряда.

#### **Практическое занятие 14**

**Тема.** Теорема Абеля. вычисление радиуса и интервала сходимости степенного ряда. Решение задач.

Учебные цели:

1. Научиться сформулировать теорему Абеля в двух формах.
2. Научиться вычислять радиус и интервал сходимости степенного ряда.

Основные термины и понятия:

1. Теорема Абеля.

2. Формулы для радиуса сходимости степенного ряда.
3. Формула для интервала сходимости степенного ряда.

## **Тема 7. Формула и ряд Тейлора.**

### **Практическое занятие 15**

**Тема.** Ряд Тейлора

Учебные цели:

1. Научиться сформулировать теорему Тейлора для заданной функции.
2. Научиться применять и вычислять коэффициенты ряда Тейлора.
3. Научиться разложить элементарные функции в ряд Тейлора.

Основные термины и понятия:

1. Теорема Тейлора.
2. Формулы для вычисления коэффициентов ряда Тейлора.

## **Тема 8. Ряды Фурье**

### **Практическое занятие 16**

**Тема.** Ряды Фурье

Учебные цели:

1. Знакомство с ортогональной системой функций.
2. Научиться определять коэффициенты ряда Фурье.
3. Научиться определять ряд Фурье по ортогональной системе функций.

Основные термины и понятия:

1. Ортогональная система функций.
1. Ряд Фурье.
2. Коэффициенты Фурье.

### **Практическое занятие 17**

**Тема.** Разложение в ряд Фурье периодической и непериодической функции. Свойства коэффициентов ряда Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.

Учебные цели:

1. Научиться разложить периодические функции в ряд Фурье.
2. Научиться разложить непериодические функции в ряд Фурье.
3. Научиться исследовать сходимость ряда Фурье в точке.

Основные термины и понятия:

1. Ряд Фурье.
2. Коэффициенты Фурье.
3. Сходимость ряда Фурье в точке.

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 8-е изд. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017.

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450779>

3. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. - 3-е изд., испр. и доп. (эл.). - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. - 303 с. - (Технический университет). - - ISBN 978-5-93208-209-6 ; То же [Электронный ресурс].

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=214148>

Выполнение любого вида самостоятельной работы предполагает прохождение студентами следующих этапов:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной (проблемной или практической) задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе по решению поставленной или выбранной задачи;
- выбор адекватного способа действий, ведущего к решению задачи (выбор путей и средств для ее решения);
- планирование (самостоятельно или с помощью преподавателя) самостоятельной работы по решению задачи;
- реализация программы выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим и лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к комплексным экзаменам и зачетам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы;
- работу в студенческих научных обществах, кружках, семинарах и др.;
- участие в работе факультативов, спецсеминаров и т.п.;
- участие в научной и научно-методической работе кафедры;
- участие в научных и научно-практических конференциях, семинарах, конгрессах и т.п.;
- другие виды деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Выполнение заданий самостоятельной работы по изучению учебной дисциплины «Теоретические основы физического знания» позволяет связать полученные знания с дальнейшей профессиональной деятельностью обучающихся.

## Задания для организации самостоятельной работы

### Семестр 1

#### Вариант 1

- Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел  $x_n = \frac{n^2 + 2}{3n^2 - 1}$ .
- а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{2n + 1} = 2$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x) = 3$ .
- Вычислить пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg}(3x)$ , г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg}^3 x}$ ,  
д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3 + n} - n}$ .

#### Вариант 2

- Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел, если  $x_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$ .
- а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n - 1} = \frac{1}{2}$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{2(x - 1)} = 1$ .
- Вычислить пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2 + x} - 3}{x - 7}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3x)}{5x}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\cos x}$ ,  
д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ .

#### Вариант 3

- Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел, если  $x_n = \frac{3^n + 1}{3^n}$ .
- а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{3n}) = 2$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x - 3} = -2$ .
- Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg(x)}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ ,  
 д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n}}{n + 2}$ .

#### Вариант 4

- Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел, если  $x_n = 1 - \frac{1}{2^n}$ .
- а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{n+1}\right) = 2$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
 б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 1) = 1$ .
- Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x\right)$ ,  
 д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n}{n+1} + \frac{\sin n}{n}\right)$ .

#### Вариант 5

- Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел, если  $x_n = \frac{4n+3}{2n+1}$ .
- а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} = \frac{1}{2}$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
 б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{x+3} = \frac{3}{4}$ .
- Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^2 + x^3}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg(x)}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$ ,  
 д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n}{n^2 + 1}$ .

#### Вариант 6

- Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{3x-7} - \sqrt[3]{x+3}}{15+2x-x^2}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3+3x^2+2x+2}{6+5x-x^2}$ ,  
 в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x+4}\right)^{7x+3}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{3x}-a}{7-6x-x^2}$ ,



$$д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x^3)}{3x(1-\cos 6x)}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить график этой функции.

$$а) f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & \text{если } x < -1, \\ \frac{1}{2-x}, & \text{если } x \geq -1, \end{cases}$$

$$б) \varphi(x) = \begin{cases} 1-x, & \text{если } x \leq -3, \\ 4, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ 4 \cos x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

### Вариант 7

1. Вычислить пределы:

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{3x^2+x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4x^3-3x^2-64x+48}{12-x-x^2},$$

$$в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+1}{4x+7} \right)^{3x+2}, \quad г) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x^2 - 2x},$$

$$д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3\sin 4x^2)}{1-\cos 5x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить график.

$$а) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+5}, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2 - 4x + 1, & \text{если } x > 1, \end{cases}$$

$$б) \varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x, & \text{если } x \leq -3, \\ x+2, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ 3, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

### Вариант 8

1. Вычислить пределы:

$$а) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5x-7}-2}{4-\sqrt{7x-5}}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-6x^3+3x^2+26x-24}{x^2+8x-9},$$

$$в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+4} \right)^{5x+3}, \quad г) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a^{x^2-4}-a^5}{6+x-x^2},$$

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\arcsin 5x)}{7x^2+x}$ .

2. Исследовать функции на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить график.

а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ \frac{3}{2-x}, & \text{если } x > -1, \end{cases}$

б)  $\varphi(x) = \begin{cases} -2 \cos x, & \text{если } x \leq 0, \\ x - 2, & \text{если } 0 < x \leq 4, \\ x^2 - 10x + 24, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

### Вариант 9

1. Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\sqrt[3]{8+x^2}}{x^2-x^3}$ ,      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4-x^3-11x^2+9x+18}{x^2+5x+4}$ ,

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x+1}{7x+4} \right)^{2x+3}$ ,      г)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x^2}-e}{x^2+2x}$ ,

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5\sin 3x^2)}{1-\cos 4x}$ .

2. Исследовать функции на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить график.

а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & \text{если } x \leq 3, \\ \frac{2}{5-x}, & \text{если } x > 3, \end{cases}$

б)  $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & \text{если } x \leq 0, \\ x - 2, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ -1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

### Вариант 10

1. Найти производные функций:

а)  $y = (\arcsin x)^{2x}$ ; б)  $\varphi(x) = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$ .

2. Пользуясь правилом Лопиталья, найти пределы:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 6x - 1}{x^4}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\arcsin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

3. Найти наибольший объём конуса с данной образующей.

4. Провести полное исследование и построить график функции  $f(x) = \frac{1+8x^3}{x}$ .

### Вариант 11

1. Найти производные функций:

$$\text{a) } f(x) = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctgx}}, \quad \text{б) } \varphi(x) = \operatorname{arctgx} + \frac{5}{6} \ln \frac{x+1}{x^2+4}.$$

2. Пользуясь правилом Лопиталья, найти пределы:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} (2x+1)^{\frac{1}{x}}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}.$$

3. Найти высоту кругового конуса наименьшего объёма, описанного около шара радиуса R.

4. Провести полное исследование и построить график функции

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}.$$

### Вариант 12

1. Найти производные функций:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt[3]{(2x \sin x + 1)^2}, \quad \text{б) } \varphi(x) = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

2. Пользуясь правилом Лопиталья, найти пределы:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x - 5x - 1}{\sin^3 x}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

3. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объёма V цилиндрической формы. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

4. Провести полное исследование и построить график функции

$$f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 - 1}.$$

### Вариант 13

1. Найти производные функций:

$$\text{a) } f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 2}; \quad \text{б) } \varphi(x) = \sqrt[3]{(x^2 + \ln \sin x)^2}.$$

2. Пользуясь правилом Лопиталья, найти пределы:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 5x - 1}{x^3},$     б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctgx})^{3x}.$

3. Из полосы жести шириной 11 см требуется изготовить открытый сверху желоб, поперечное сечение которого имеет форму равнобочной трапеции. Дно желоба имеет ширину 7 см. Какова должна быть ширина желоба наверху, чтобы он вмещал наибольшее количество воды?

4. Провести полное исследование и построить график функции  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}.$

### Семестр 2

#### Вариант 14

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx.$$

$$4. \int \frac{2^x}{1-4^x} dx.$$

$$2. \int \frac{1-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{2x}} dx.$$

$$5. \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$3. \int \cos^4 2x dx.$$

#### Вариант 15

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{dx}{x(x^2+5)}.$$

$$4. \int \frac{dx}{e^{2x}-2e^x}.$$

$$2. \int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})^2}.$$

$$5. \int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

$$3. \int \frac{dx}{2 \sin x + 3 \cos x - 5}$$

#### Вариант 16

Вычислить интегралы:

$$1. \int \sin^6 x dx.$$

$$4. \int e^{\sqrt{x}} \sqrt{x} dx.$$

$$2. \int \frac{1 + \ln x}{(x \ln x)^2} dx.$$

$$5. \int \sqrt{x^2 - 9} dx.$$

$$3. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+2x^2}}.$$

#### Вариант 17

Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{ll} 1. \int \cos^5 x dx. & 4. \int \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x} - 2}. \\ 2. \int \frac{\ln x dx}{\sqrt{1-x}}. & 5. \int \sqrt{4+x^2} dx. \\ 3. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}. & \end{array}$$

### Вариант 18

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - \sqrt{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 + 1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(n+2)}{3^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 + 1}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n^2 + 1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2 + 1}.$$

### Вариант 19

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+2)3^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n - \sqrt[3]{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n-1}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2n^2 - 1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(n+1)}{2^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + 2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2 + 1}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{3n^2+2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n^2+1}.$$

### Вариант 20

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(n+3)4^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n-\sqrt{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+7}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5n^2+1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{4^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)7^n}{3^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+3}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n^2+4}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{3n^2+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n^2+5}.$$

### Вариант 21

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(n+4)5^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n-\sqrt[3]{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+5}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{5n^2-1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{5^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)3^n}{2^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2+4}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2+3}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+3}{n^2+10}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5n^2+9}.$$

### Вариант 22

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{(n+5)6^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n-\sqrt{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{5n-1}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{7n^2+9}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{6^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(7n-5)6^n}{5^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n^2+5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n^2+5}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n-3}{n^2-7}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5n^2+1}.$$

### Вариант 23

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int_1^{\sqrt{3}} x^2 \cdot \sqrt[3]{(3-x^3)^2} dx$$

$$4) \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} dx$$

$$2) \int_0^{\ln 2} \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$$

$$5) \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^4 x} dx$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4} dx$$

$$2) \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

3. Исследовать на сходимость интегралы:

$$1) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+8}}$$

$$2) \int_0^1 \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

### Вариант 24

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5dx}{1+\cos x}$$

$$2) \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(2x-1)^8 dx$$

$$5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x dx$$

$$3) \int_0^3 (x-3)e^{-x} dx$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$2) \int_1^2 \frac{dx}{x(x-2)}$$

3. Исследовать на сходимость интегралы:

$$1) \int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^6+2}}$$

$$2) \int_0^1 \frac{e^x}{\sin \frac{x}{2}} dx$$

### Вариант 25

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\sin x}{5-3\cos x} dx$$

$$4) \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} dx$$

$$2) \int_2^{14} \frac{5x}{e^x+1} dx$$

$$5) \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^4 x} dx$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$2) \int_1^2 \frac{dx}{x(x-2)}$$

3. Исследовать на сходимость интегралы:

$$1) \int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^6+2}}$$

$$2) \int_0^1 \frac{e^x}{\sin \frac{x}{2}} dx$$

### Вариант 26

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int_1^{\sqrt{3}} x^2 \cdot \sqrt[3]{(3-x^3)^2} dx$$

$$4) \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} dx$$

$$2) \int_0^{\ln 2} \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$$

$$5) \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$



$$3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^4 x} dx$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$2) \int_1^2 \frac{dx}{x(x-2)}$$

3. Исследовать на сходимость интегралы:

$$1) \int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^6+2}}$$

$$2) \int_0^1 \frac{e^x}{\sin \frac{x}{2}} dx$$

### Вариант 27

1. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля  $\rho = 2a(2 + \cos \varphi)$ .
2. Найти длину полукубической параболы  $y^2 = x^3$  от точки (0,0) до точки (4,8).
3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  вокруг оси Oх.

### Вариант 28

1. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$ .
2. Найти длину окружности  $\rho = 2a \sin \varphi$ .
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением кривой  $y = \frac{1}{1+x^2}$  вокруг ее асимптоты.

### Вариант 29

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $\rho = 4 \cos 2\varphi$ .
2. Найти длину одной ветви циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .
3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Oх цепной линии  $y = \frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$  от точки  $x_1 = 0$  до точки  $x_2 = a$  ( $a > 0$ ).

### Вариант 30

1. Найти площадь фигуры, ограниченной одним витком спирали Архимеда  $\rho = a\varphi$ .
2. Найти длину окружности  $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ .
3. Найти объем тела, образованной вращением вокруг оси Oх плоской фигуры, ограниченной косинусоидой  $y = \cos x$  и параболой  $y = \frac{9}{2\pi^2} x^2$ .

### Вариант 31

1. Вычислить интегралы

1)  $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[4]{\cos x}} dx$ ; 2)  $\int \frac{x}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} dx$ ; 3)  $\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$ ; 4)  $\int x^2 \cos x dx$ ;  
5)  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 4x + 4}$ ; 6)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$ ; 7)  $\int_1^3 \ln x dx$ ; 8)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ .

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 9x$  и  $y = x + 2$ .

3. Вычислить длину кривой  $\rho = 1 - \sin \varphi$ .

4. найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $9y = x^2$ ,  $y = 1$ .

5. Вычислить несобственные интегралы или доказать их

расходимость: 1)  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ ; 2)  $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ .

### Вариант 32

1. Вычислить интегралы

1)  $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ ; 2)  $\int \frac{dx}{x^3 - x^2}$ ; 3)  $\int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x})^3 \sqrt{x}}$ ; 4)  $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$ ;  
5)  $\int x^3 \ln x dx$ ; 6)  $\int_0^8 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ ; 7)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ ; 8)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x \sin 2x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 6 - x$ ,  $y = 0$ .

3. Вычислить длину кривой  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), t \in [0, 2\pi]. \end{cases}$

4. найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $x + y = 0$   $x^3 + y = 0$ .

5. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

1)  $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ ; 2)  $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^3}$ .

### Вариант 33

1. Вычислить интегралы

1)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$ ; 2)  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$ ; 3)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5 + x^6}}$ ; 4)  $\int \frac{e^x (3 - e^x)}{1 + 4e^{2x}} dx$ ;  
5)  $\int \frac{dx}{2x\sqrt{x^2 - 2x - 1}}$ ; 6)  $\int_1^2 x \cos x^2 dx$ ; 7)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ ; 8)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ .

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой  $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$ .

3. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln(1 - x^2)$ ,  $x \in [0; \frac{1}{2}]$ .

4. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x} e^x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .

5. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$1) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}; \quad 2) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

### Вариант 34

1. Вычислить интегралы

$$1) \int (6^x - 3^{-x})^2 dx; \quad 2) \int \frac{dx}{x^4 - 1}; \quad 3) \int \frac{x^2 dx}{x^3 \sqrt{1+x^4}}; \quad 4) \int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx;$$

$$5) \int (\sin^2 x + 2 \sin x \cos 3x) dx; \quad 6) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx; \quad 7) \int_1^e x \ln x dx; \quad 8) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3x^2 + 1$ ,  $y = 3x + 7$ .

3. Вычислить длину кривой  $\rho = 1 - \cos \varphi$ .

4. найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $2 = 2 - x$ ,  $y = x^3$ .

5. Вычислить несобственные интегралы или доказать их

расходимость: 1)  $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$ ; 2)  $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$ .

### Вариант 35

1. Вычислить интегралы

$$1) \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}; \quad 2) \int \frac{(x-1)dx}{x^3 + x}; \quad 3) \int \frac{\sqrt{1 + \ln x} dx}{x}; \quad 4) \int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx;$$

$$5) \int x^3 e^{-x^2} dx; \quad 6) \int_0^{\pi} x \cos x dx; \quad 7) \int_9^{16} \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}; \quad 8) \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sin x \sqrt{1 - \cos x} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной аркой циклоиды

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi] \quad \text{и осью } Ox.$$

3. Вычислить длину кривой  $\rho = 1 - \cos \varphi$ .

4. найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $2 = 2 - x$ ,  $y = x^3$ .

5. Вычислить несобственные интегралы или доказать их

расходимость: 1)  $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$ ; 2)  $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$ .

## Семестр 3

### Вариант 36

1. Найти частные производные первого и второго порядка функции  $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$ .

2. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{dz}{dx}$ , если  $z = \ln(e^x + e^y)$ , где  $y = x^2$ .
3. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 1$ .
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке  $M(-1;2;5)$ .
5. Исследовать на экстремум функцию  $z = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ .
6. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда наибольшего объёма, если площадь его боковой поверхности равна  $S$ .

### Вариант 37

1. Найти частные производные первого и второго порядка функции  $z = y^x$ .
2. Найти  $\frac{\partial z}{\partial y}$  и  $\frac{dz}{dy}$ , если  $z = t^y$ , где  $t = \cos^2 y$ .
3. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ , если  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 2$ .
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{8} = 0$  в точке  $M(4;3;4)$ .
5. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .
6. На плоскости  $xOy$  найти точку  $M(x,y)$ , сумма квадратов расстояний которой от трех данных прямых  $x=0$ ,  $y=0$  и  $y=x+1$  была бы наименьшей.

### Вариант 38

1. Найти частные производные первого и второго порядка функции  $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$ .
2. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{dz}{dx}$ , если  $z = \ln(e^x + e^y)$ , где  $y = x^2$ .
3. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 1$ .
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке  $M(-1;2;5)$ .
5. Исследовать на экстремум функцию  $z = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ .

### Вариант 39

1. Поменять порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$\int_0^{\frac{2}{3}} dy \int_{2y}^{2-y} f(x, y) dx.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, с помощью перехода к полярным координатам:  $(x^2+y^2)^3=9x^2$ .

3. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z=x^2+y^2$ ,  $z=0$ ,  $y=5x$ ,  $y=0$ ,  $x=1$ .

### Вариант 40

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, с помощью перехода к полярным координатам:  $(x^2+y^2)^3=16y^2$ .
2. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z = \frac{1}{2}y^2$ ,  $z=0$ ,  $x=0$ ,  $2x+3y-12=0$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в полярных координатах:  
 $\rho = 4 \cos 2\varphi$

### Вариант 41

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $x=4$ .
2. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z=x^2+y^2$ ,  $z=0$ ,  $y=x$ ,  $y=4$ ,  $x=0$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y^2 = 10x + 25$ ,  $y^2 = -6x + 9$ .
4. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z=x^2+3y^2$ ,  $x+y=1$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $z=0$ .

### Вариант 42

1. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z=2x^2+y^2$ ,  $z=0$ ,  $y=2x$ ,  $y=3$ ,  $x=0$ .
2. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями:  
 $z=x^2+3y^2$ ,  $x+y=1$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $z=0$ .
3. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного сферой.
4. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного цилиндрической поверхностью.

### Семестр 4

### Вариант 43

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды
- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)2^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-\sqrt{n}}$ .
2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды
- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2+1}$ .
3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(n+2)}{3^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2+1}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n^2+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2+1}.$$

#### Вариант 44

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+2)3^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-\sqrt[3]{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n-1}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2n^2-1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(n+1)}{2^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2+2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2+1}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{3n^2+2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n^2+1}.$$

#### Вариант 45

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(n+3)4^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n-\sqrt{n}}.$$

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+7}}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5n^2+1}.$$

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{4^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)7^n}{3^n}.$$

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+3}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n^2+4}.$$

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{3n^2+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n^2+5}.$$

### Вариант 46

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(n+4)5^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n - \sqrt[3]{n}}$ .

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+5}}{n!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{5n^2 - 1}$ .

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{5^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)3^n}{2^n}$ .

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2 + 4}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2 + 3}$ .

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+3}{n^2+10}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5n^2+9}$ .

### Вариант 47

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{(n+5)6^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n - \sqrt{n}}$ .

2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{5n-1}}{n!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{7n^2+9}$ .

3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{6^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(7n-5)6^n}{5^n}$ .

4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n^2+5}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n^2+5}$ .

5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n-3}{n^2-7}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5n^2+1}$ .

### Вариант 48

1. Доказать, что данный ряд сходится равномерно на  $\mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n(x^2 - x + 1)}{n^2 + 1}.$$

2. Найти радиус и интервал сходимости данного ряда. Выяснить сходимость или расходимость на концах интервала

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

3. Данные ряды разложить в ряд Тейлора по степеням и указать область сходимости рядов к своим суммам

1)  $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ ; 2)  $f(x) = \sqrt{1+2x}$ .

4. Данные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

1)  $f(x) = x - 1$ ; 2)  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0, \\ 2x, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$

### Вариант 49

1. Доказать, что данный ряд сходится равномерно на  $\mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n(x^2 + 3x + 5)}{2n^2 + 1}.$$

2. Найти радиус и интервал сходимости данного ряда. Выяснить сходимость или расходимость на концах интервала

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{3n+1}}.$$

3. Данные ряды разложить в ряд Тейлора по степеням и указать область сходимости рядов к своим суммам

1)  $f(x) = e^{\frac{x}{4}}$ ; 2)  $f(x) = \sqrt{1+4x}$ .

4. Данные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

1)  $f(x) = x + 2$ ; 2)  $f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$

### Вариант 50

1. Доказать, что данный ряд сходится равномерно на  $\mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{nx^2}{2}}}{5n^2 + 4}.$$

2. Найти радиус и интервал сходимости данного ряда. Выяснить сходимость или расходимость на концах интервала

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{3n-2}}.$$

3. Данные ряды разложить в ряд Тейлора по степеням и указать область сходимости рядов к своим суммам

1)  $f(x) = e^{\frac{x}{3}}$ ; 2)  $f(x) = \sqrt{1+3x}$ .



4. Данные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

$$1) f(x) = x + 1; \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$$

### Вариант 51

1. Доказать, что данный ряд сходится равномерно на  $\mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n(2x^2 + 5)}{n^3 + 1}.$$

2. Найти радиус и интервал сходимости данного ряда. Выяснить сходимость или расходимость на концах интервала

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{5n-4}}.$$

3. Данные ряды разложить в ряд Тейлора по степеням и указать область сходимости рядов к своим суммам

$$1) f(x) = e^{\frac{x}{5}}; \quad 2) f(x) = \sqrt{1+5x}.$$

4. Данные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

$$1) f(x) = x - 2; \quad 2) f(x) = \begin{cases} 3x, & -\pi \leq x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$$

### Вариант 52

1. Доказать, что данный ряд сходится равномерно на  $\mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx^2}}{5n^2 + 3}.$$

2. Найти радиус и интервал сходимости данного ряда. Выяснить сходимость или расходимость на концах интервала

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{5n+1}}.$$

3. Данные ряды разложить в ряд Тейлора по степеням и указать область сходимости рядов к своим суммам

$$1) f(x) = e^{\frac{x}{6}}; \quad 2) f(x) = \sqrt{1+6x}.$$

4. Данные функции разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

$$1) f(x) = x + 3; \quad 2) f(x) = \begin{cases} -3, & -\pi \leq x < 0, \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$$

*Рекомендации к выполнению:* использовать рекомендованные учебники, учебные пособия и дополнительные материалы по данной теме.

## **6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации приведен в приложении

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1. Перечень основной литературы:**

1. Гурьянова, К.Н. Математический анализ : учебное пособие / К.Н. Гурьянова, У.А. Алексеева, В.В. Бояршинов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014.  
[URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708)
2. Математический анализ: Краткий курс: учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р.М. Асланов. - М.: Прометей, 2014.  
Университетская б-ка онлайн <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426687&sr=1>

### **7.2. Перечень дополнительной литературы:**

1. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу/ Г.И. Запорожец. - СПб.: Лань, 2010.
2. Ильин, Владимир Александрович. Математический анализ. В 2 ч. Ч.2: учеб. для бакалавров / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. - 3-е изд. - М.: Юрайт, 2015.
3. Пастухов, Д.И. Интегральное исчисление функции одной переменной (неопределенный интеграл) : учебное пособие / Д.И. Пастухов, Н.В. Кулиш. - Оренбург : Оренбургский государственный университет, 2017. - 101 с. - Библиогр.: с. 86. - ISBN 978-5-7410-1783-8; [Электронный ресурс]. [URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481802](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481802) (24.01.2019).

## **8. ПЕРЕЧЕНЬ СОВРЕМЕННЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ**

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

### **Современные профессиональные базы данных:**

Министерство науки и высшего образования РФ: <https://minobrnauki.gov.ru/>

Министерство просвещения РФ: <http://edu.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки: [obrnadzor.gov.ru](http://obrnadzor.gov.ru)  
 Официальный сайт Министерства образования Московской области: [mo.mosreg.ru](http://mo.mosreg.ru)  
 Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования: <http://fgosvo.ru>  
 Федеральный портал "Российское образование": [www.edu.ru](http://www.edu.ru)  
 Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": [window.edu.ru](http://window.edu.ru)  
 Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: [fcior.edu.ru](http://fcior.edu.ru)  
 Открытый класс: [openclass.ru](http://openclass.ru)  
 Учительский портал: [uchportal.ru](http://uchportal.ru)  
 Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов: [school-collection.edu.ru](http://school-collection.edu.ru)  
 Лекторий Минобрнауки/Минпросвещения России: [https://vk.com/videos-30558759?section=album\\_3](https://vk.com/videos-30558759?section=album_3)

**Электронные библиотечные системы:**

1. «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотека диссертаций <http://diss.rsl.ru/>
4. Электронная информационно-образовательная среда университета <http://dis.ggtu.ru/>
5. Дидактические материалы, размещенные Moodle [http://ggtu.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=1367&Itemid=130](http://ggtu.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=1367&Itemid=130)
6. Интернет-ресурсы: <http://www.edu.ru/>
7. База научных статей издательства «Грамота» <http://www.gramota.net>

**Поисковые системы:**

<http://www.google.ru> , [www.yandex.ru](http://www.yandex.ru)

**Перечень информационных справочных систем**

1. Справочно-правовая система «ГАРАНТ» - <http://www.garant.ru>
2. Справочно-правовая система «Консультант плюс» - <http://base.consultant.ru>

**9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

| Аудитории   | Программное обеспечение   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li> <li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-</li> </ul> | Операционная система<br>Пакет офисных приложений<br>Браузер Firefox, Яндекс |

|  |  |
|--|--|
| образовательную среду ГГТУ;<br><br>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине,<br>оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования; |  |
|--|--|

## 10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  / Галканов А. Г. /

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики от 26.06.2023г, протокол №8.

Зав. кафедрой



Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.О.07.03 Математический анализ**

---

Направление подготовки: **44.03.01 Педагогическое образование**

Профиль: **Математика**

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: **очная**

**Орехово-Зуево  
2023 г.**

### Индикаторы достижения компетенций:

| Код и наименование компетенции  | Наименование индикатора достижения компетенции  |
|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | <p><b>ПК-1.1</b><br/>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2</b><br/>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3</b><br/>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p> |

#### 1.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенции на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «отлично», «хорошо», «зачтено» соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству

Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено» соответствует показателю «компетенция не освоена»

| № п/п  | Наименование оценочного средства        | Краткая характеристика оценочного средства  | Представление оценочного средства в фонде | Критерии оценивания  |
|--|---|---|---|--|
| <i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i> |   |   |   |  |
| 1  | Опрос (показатель компетенции «Знание») | Позволяет оценить знания и кругозор студента, умение логически построить ответ, владение монологической речью и иные коммуникативные навыки. Устный опрос обладает большими возможностями | Вопросы к опросу                          | <p>Оценка «Отлично» - Студентами продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; есть логика рассуждений.</p> <p>Оценка «Хорошо» - Студентами продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во</p> |

|   |   |   |                          |   |
|---|---|---|--------------------------|---|
|   |   | <p>воспитательного воздействия преподавателя в процессе непосредственного контакта, создавая условия для его неформального общения со студентом. Важные воспитательные аспекты</p>  |                          | <p>время рассуждений; но отсутствует логика рассуждений.<br/>Оценка «Удовлетворительно» - Студентами продемонстрированы предполагаемые ответы; о неправильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; отсутствует логика рассуждений.<br/>Оценка «Неудовлетворительно» - Студентами не продемонстрированы ответы.</p>   |
| 2 | <p>Доклад (показатель компетенции «Умение»)</p> | <p>Расширенное письменное или устное сообщение на основе совокупности ранее опубликованных исследовательских, научных и опытно-конструкторских работ или разработок, по соответствующей отрасли научных знаний, имеющих значение для теории науки и практического применения. Представляет собой обобщённое изложение результатов проведённых исследований, экспериментов и разработок, известных широкому кругу специалистов в отрасли научных знаний.</p> | <p>Тематика докладов</p> | <p>Оценка «Отлично» - тема актуальна, содержания соответствует заявленной теме, тема полностью раскрыта, проведено рассмотрение дискуссионных вопросов по проблеме, сопоставлены различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, язык изложения научен, соблюдается логичность и последовательность в изложении материала, использованы новейшие источники по проблеме, выводов четкие, оформление работы соответствует предъявляемым требованиям.<br/>Оценка «Хорошо» - тема актуальна, содержания соответствует заявленной теме, язык изложения научен, заявленная тема раскрыта недостаточно полно, отсутствуют новейшие литературные источники по проблеме, при оформлении работы имеются недочеты.<br/>Оценка «Удовлетворительно» - содержание работы не в</p> |

|    |   |   |  |  |
|----|---|---|--|--|
|    |   |   |  | <p>полной мере соответствует заявленной теме, тема раскрыта недостаточно полно, использовано небольшое количество научных источников, нарушена логичность и последовательность в изложении материала, при оформлении работы имеются недочеты.</p> <p>Оценка «Неудовлетворительно» - содержание работы не соответствует заявленной теме, содержание работы изложено не научным стилем, материал изложен неграмотно, без логической последовательности, ссылок на литературные и нормативные источники.</p>                          |
| 3  | <p>Расчетная работа (решение задач) (показатель компетенции «Владение»)</p> | <p>Средство проверки владения применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю.</p> | <p>Задачи</p>                                      | <p>Оценка «Отлично» - Студент понимает методику и умение ее правильно применить. Решение качественно оформленное (аккуратность, логичность). Использован нетрадиционный подход к решению задачи.</p> <p>Оценка «Хорошо» - Студент понимает методику и умение ее правильно применить. Решение качественно оформленное (аккуратность, логичность).</p> <p>Оценка - «Удовлетворительно».</p> <p>Студент понимает методику и умение ее правильно применить.</p> <p>Оценка - «Неудовлетворительно».</p> <p>Студент не решил задачи.</p> |
| 4. | <p>Самостоятельная работа (показатель компетенции «Умение»)</p>             | <p>Контрольное мероприятие, цель которого состоит в промежуточном контроле знаний по теме.</p>  | <p>Комплект заданий для самостоятельной работы</p> | <p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно выполнены все задания ;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если</p>   |



|    |   |  |  |   |
|----|---|--|--|---|
|    |   |  |  | <p>представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной-двух задач не доведено до конца;</p> <p>- оценка «3»<br/>(удовлетворительно)<br/>выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий.</p> <p>- оценка «2»<br/>(неудовлетворительно)<br/>выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований, указанных выше.</p>  |
| 5. | <p>Контрольная работа<br/>(показатель компетенции «Владение»)</p> | <p>Контрольное мероприятие, цель которого состоит в выявлении уровня знаний, умений и навыков, сформированных при изучении определенной темы данной дисциплины</p> | <p>Комплект заданий для контрольной работы</p> | <p>- оценка «5» (отлично)<br/>выставляется студенту, если правильно выполнены все задания (обоснованно получен правильный ответ), либо допущены незначительные погрешности (решение задачи в целом верное, только на последнем этапе допущены вычислительные ошибки);</p> <p>- оценка «4» (хорошо)<br/>выставляется студенту, если представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной - двух задач не доведено до конца (представлено примерно 80% решения задачи);</p> <p>- оценка «3»<br/>(удовлетворительно)<br/>выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий</p> |

|   |  |  |                    |  |
|---|--|--|--------------------|--|
|   |  |  |                    | <p>·<br/>- оценка «2»<br/>(неудовлетворительно)<br/>выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований, указанных выше.</p>   |
| <i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i> |  |  |                    |  |
| 4   | Зачет<br>(показатель компетенции «Знание»)   | Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде, предусмотренном учебным планом. | Вопросы к зачету   | <p>«Зачтено» - полный ответ на вопрос с привлечением дополнительного материала и примеров, правильные ответы на дополнительные вопросы.<br/>«Не зачтено» - знание вопроса на уровне основных понятий</p>   |
| 5   | Экзамен<br>(показатель компетенции «Знание») | Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде, предусмотренном учебным планом. | Вопросы к экзамену | <p>Оценка «отлично» предполагает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– знание понятийно-терминологического аппарата дисциплины: состав и содержание научных понятий, их связей между собой, их систему;</li> <li>– знание теории вопроса, умение анализировать проблему;</li> <li>– умение применять основные положения теории вопроса, аналитическое изложение научных идей отечественных и зарубежных ученых;</li> <li>– умение содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса;</li> <li>– глубокое понимание, осознание материала.</li> </ul> <p>Оценка «хорошо» предполагает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– знание основных теоретических положений вопроса;</li> <li>– умение анализировать изучаемые дисциплиной</li> </ul> |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  | <p>явления, факты, действия;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– умение содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса. Но имеет место недостаточная полнота по излагаемому вопросу.</li> </ul> <p>Оценка<br/>«удовлетворительно»<br/>предполагает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– неполноту изложения информации;</li> <li>– оперирование понятий на бытовом уровне;</li> <li>– отсутствие связи в построении ответа;</li> <li>– неумение выделить главное;</li> <li>– отсутствие выводов.</li> </ul> <p>Оценка<br/>«неудовлетворительно»<br/>предполагает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– незнание понятийного аппарата;</li> <li>– незнание методологических основ проблемы;</li> <li>– незнание теории и истории вопроса;</li> <li>- отсутствие умения анализировать учебный материал.</li> </ul> |
|--|--|--|--|--|

**1.3. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

*Промежуточная аттестация*

**Вопросы к экзамену (2 семестр)**

1. Множество действительных чисел.
2. Модуль действительного числа и его свойства.
3. Метод математической индукции. Неравенство Бернулли.
4. Расширенная числовая прямая.
5. Ограниченные и неограниченные множества на числовой оси.
6. Грани числового множества. Существование конечной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) непустого множества.
7. Теорема Кантора о вложенных отрезках.

8. Функция. Способы задания функции. График функции. Арифметические операции над функциями. Сужение функции.
9. Сложная функция. Обратимая и обратная функции.
10. Числовая последовательность.
11. Простейшие свойства функции (четность и нечетность, ограниченность и неограниченность, периодичность, монотонность).
12. Окрестность точки на расширенной числовой прямой.
13. Предел функции в точке.
14. Предел последовательности.
15. Предел постоянной функции, функции  $y = x$ .
16. Предел функции  $y = \sin x$  в конечной точке и на бесконечности.
17. Первый замечательный предел.
18. Теорема об единственности предела.
19. Локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел.
20. Бесконечно малые функции.
21. Предел суммы, произведения и частного.
22. Предел сложной функции.
23. Предельный переход в неравенства
24. Односторонние пределы.
25. Сравнение бесконечно малых.
26. Предел монотонной последовательности.
27. Число  $e$ .
28. Второй замечательный предел.
29. Непрерывность функции в точке и на множестве.
30. Классификация точек разрыва.
31. Арифметические операции над непрерывными функциями.
32. Непрерывность сложной функции.
33. Точки разрыва монотонной функции.
34. Теорема Коши о промежуточном значении непрерывной функции.
35. Непрерывность обратной функции.
36. Первая теорема Вейерштрасса.
37. Вторая теорема Вейерштрасса.
38. Производная и дифференциал.
39. Механический и геометрический смысл производной и дифференциала.
40. Непрерывность дифференцируемой функции.
41. Дифференцирование суммы, произведения, частного.
42. Производная и дифференциал сложной функции.
43. Производная обратной функции.
44. Производные основных элементарных функций.
45. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
46. Параметрический заданные функции и их производные.
47. Теоремы Ферма и Ролля.
48. Теоремы Лагранжа и Коши.
49. Признаки постоянства и монотонности функции на промежутке.
50. Экстремумы. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
51. Асимптоты графика функции.
52. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба графика функции.
53. Полное исследование функции и построение её графика.

## Вопросы к зачёту (1 семестр)

1. Первообразная функция и её свойства. и неопределенный интеграл и их свойства.
2. Неопределённый интеграл и его основные свойства.
3. Метод подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование заменой переменной.
5. Интегрирование по частям.
6. Вывод некоторых табличных интегралов.
7. Таблица неопределённых интегралов и их применения.
8. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен.
9. Интегрирование простейших дробей.
10. Сведение рациональной дроби к простейшим.
11. Интегрирование правильных дробей. Общий случай.
12. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
13. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
14. Начальные понятия о числовых рядах.
15. Необходимый признак сходимости числового ряда и его следствия.
16. Положительные числовые ряды. Признаки сравнения.
17. Положительные числовые ряды. Признак Даламбера.
18. Положительные числовые ряды. Признак Коши.
19. Произвольные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимости.
20. Признак Лейбница для знакопеременных рядов.
21. Признак Абеля.
22. Определённый интеграл Римана.
23. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Свойства определённого интеграла.
25. Замена переменного в определённом интеграле.
26. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
27. Определённые интегралы от чётных и нечётных функций.
28. Несобственный интеграл первого рода и признаки их сходимости.
29. Несобственный интеграл второго рода и признаки их сходимости.
30. Интегральный признак сходимости положительных числовых рядов.
31. Вычисление площади плоской фигуры.
32. Вычисление площади криволинейного сектора.
33. Вычисление объема тела вращения.
34. Вычисление длина дуги кривой.
35. Общий алгоритм применения определённого интеграла в решении геометрических задач.
36. Вычисление площади поверхности тела вращения.
37. Вычисление координат центра тяжести.
38. Вычисление моментов инерции.
39. Вычисление работы переменной силы.
40. Общий алгоритм применения определённого интеграла в решении физических задач.

## Вопросы к зачёту (3 семестр)

1. Действительная функция нескольких действительных переменных. Область определения и множество её значений. График функции двух переменных в координатном пространстве  $Oxyz$ .

2. Предел и непрерывность.
3. Линии уровня функции двух переменных.
4. Частные производные.
5. Дифференцируемость и дифференциал действительной функции нескольких переменных.
6. Достаточное условие дифференцируемости.
7. Касательная плоскость.
8. Дифференцирование сложной функции.
9. Инвариантность формы дифференциала.
10. Производная по направлению. Градиент функции.
11. Существование и дифференцируемость неявной функции.
12. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
13. Дифференциалы высших порядков.
14. Формула Тейлора для функции двух переменных.
15. Экстремумы функции нескольких переменных.
16. Локальный экстремум функции двух переменных.
17. Критическая и стационарная точки функции двух переменных.
18. Необходимое условие существования точки локального экстремума функции двух переменных.
19. Достаточные условия наличия локального экстремума функции двух переменных.
20. Наибольшее и наименьшее значения функции.
21. Условный экстремум.
22. Функция Лагранжа. Исследование функции многих переменных на условный экстремум.
23. Определение двойного интеграла и его геометрический смысл.
24. Свойства двойного интеграла.
25. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
26. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление якобиана.
27. Двойной интеграл в полярных координатах.
28. Определение тройного интеграла.
29. Существование тройного интеграла и его свойства.
30. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление якобиана.
31. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
32. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
33. Тройной интеграл в сферических координатах.
34. Вычисление объёмов тел с помощью двойного интеграла.
35. Вычисление объёмов тел с помощью тройного интеграла.
36. Площадь гладкой поверхности.

### **Вопросы к экзамену (4 семестр)**

1. Числовой ряд и его сумма.
2. Сложение числовых рядов.
3. Умножение ряда на число.
4. Необходимый признак сходимости.
5. Гармонического ряда и его расходимость.
6. Критерий Коши сходимости числового ряда.
7. Критерий сходимости ряда с положительными членами.
8. Признаки сравнения рядов с положительными членами.
9. Признак Даламбера сходимости ряда с положительными членами.
10. Признак Коши сходимости ряда с положительными членами.

11. Интегральный признак Коши сходимости рядов с положительными членами.
12. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
13. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
14. Теорема Дирихле.
15. Теорема Римана.
16. Признак Абеля.
17. Функциональные последовательности и ряды. Область их сходимости.
18. Равномерная сходимость функциональной последовательности
19. Равномерная сходимость функционального ряда.
20. Признак Вейерштрасса.
21. Предел равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций.
22. Сумма равномерно сходящегося функционального ряда.
23. Интегрирование функциональных последовательностей.
24. Интегрирование функциональных рядов.
25. Дифференцирование функциональных последовательностей.
26. Дифференцирование функциональных рядов.
27. Степенные ряды. Основные понятия. Примеры.
28. Теорема Абеля.
29. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
30. Равномерная сходимость степенного ряда.
31. Интегрирование степенных рядов.
32. Дифференцирование степенных рядов.
33. Формула и ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
34. Теорема о представлении остаточного члена ряда Тейлора.
35. Разложение элементарных функций в степенной ряд.
36. Разложение функции  $e^x$  в ряд Маклорена.
37. Разложение функции  $\cos x$  в ряд Маклорена.
38. Разложение функции  $\sin x$  в ряд Маклорена.
39. Биномиальный ряд.
40. Применение биномиального ряда к доказательству иррациональности корня  $\sqrt[n]{1+t^n}$  ( $n > 2, 0 < t < 1$ ).
41. Биномиальный ряд и последняя теорема Ферма.
42. Задача разложения функции в тригонометрический ряд.
43. Ортогональная система функций.
44. Тригонометрический ряд Фурье.
45. Разложение в ряд Фурье периодической функции.
46. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
47. Разложение в ряд Фурье чётной функции.
48. Разложение в ряд Фурье нечётной функции.
49. Свойства коэффициентов ряда Фурье.
50. Сходимость ряда Фурье в точке.

### **Текущий контроль** **Семестры 1-4**

#### **1. Вопросы к опросу**

1. Дайте определения пересечения, объединения и разности множеств.
2. Перечислите основные свойства действия над множествами.
3. Дайте определение функции.

4. Перечислите основные свойства предела.
5. Дайте определение предела функции в точке.
6. Перечислите основные свойства предела функции в точке.
7. Дайте определение непрерывности функции в точке и на множестве.
8. Перечислите локальные свойства непрерывных функций.
9. Перечислите глобальные свойства непрерывных функций.
10. Дайте определение производной и дифференциала функции в точке.
11. Перечислите основные свойства производной.
12. Дайте определение неопределённого интеграла.
13. Дайте определение определённого интеграла.
14. Дайте определение числового ряда и его суммы.
15. Дайте определение первообразной.
16. Сколько существует первообразных для данной функции?
17. Дайте определение неопределённого интеграла.
18. Когда и почему можно выносить (вносить) за знак интеграла постоянную функцию?
19. Когда и почему интеграл от суммы равен сумме интегралов?
20. Что означает линейность неопределённого интеграла?
21. В чём состоит метод подведения под знак интеграла?
22. В чём состоит метод подстановки?
23. В чём состоит метод по частям?
24. Дайте определение неопределённого интеграла.
25. Сформулируйте достаточные условия существования интеграла Римана.
26. По какой формуле вычисляется определённый интеграл, если известно первообразная подынтегральной функции?
27. Дайте определения функции многих переменных.
28. Что такое область определения и множество значений функции двух переменных?
29. Дайте геометрическую интерпретацию функции двух переменных.
30. Дайте определение предела функции двух переменных.
31. Дайте определение непрерывности функции двух переменных.
32. Что такое частное приращение и полное приращение функции двух и трёх переменных?
33. Дайте определение частной производной первого порядка.
34. Дайте определение частной производной второго порядка.
35. Дайте определение дифференцируемости функции двух переменных в точке.
36. Что такое частный дифференциал и полный дифференциал функции двух и трёх переменных?
37. Дайте определение критической точки функции двух переменных.
38. Дайте определение стационарной точки функции двух переменных.
39. Дайте определение критической точки функции двух переменных.
40. Сформулируйте необходимое условие существования точки локального экстремума функции двух переменных.
41. Сформулируйте достаточные условия наличия локального экстремума функции двух переменных.
42. Что такое условный экстремум функции?
43. Как составляется функция Лагранжа?
44. Что такое множитель Лагранжа?
45. Чем отличается условный экстремум от безусловного экстремума?
46. Дайте определение двойного интеграла.
47. Дайте определение тройного интеграла.
48. Что такое якобиан преобразования?
49. Дайте определение числового ряда.



50. Дайте определение функциональной последовательности.
51. Дайте определение функционального ряда.
52. Дайте определение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.
53. Что такое ряд Тейлора?
54. Какие функции разлагаются в ряд Тейлора?
55. Что такое ортогональная система функций?
56. Приведите ортогональной системы функций.
57. Что такое ряд Фурье?
58. Какие функции разлагаются в ряд Фурье?

## 2. Тематика докладов

1. Классы функций.
2. Обратные функции.
3. Числовые последовательности.
4. Предел числовой последовательности.
5. Предел функции.
6. Непрерывные и разрывные функции.
7. Производная функции и ее свойства
8. Неопределенный и определенный интеграл.
9. Непрерывность функции двух переменных
10. Частный и полный дифференциал функции двух и трех переменных.
11. Экстремум функции.
12. Условный экстремум функции. Функция Лагранжа.
13. Функциональные последовательности.
14. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
15. Ряд Тейлора.
16. Ортогональная система функций.
17. Ряд Фурье.

## Задачи

### Семестры 1-4

#### Расчётная работа №1

1. Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$  имеет конечный предел  $x_n = \frac{n^2 + 2}{3n^2 - 1}$ .
2. а) Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{2n + 1} = 2$ .  
Найти  $N_0$ , если  $\varepsilon = 0,01$ .  
б) Доказать, пользуясь определением предела функции, что  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + x) = 3$ .
3. Вычислить пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg}(3x)$ , г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg}^3 x}$ ,  
д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3 + n} - n}$ .

#### Расчётная работа №2

Вычислить интегралы:

1.  $\int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx$ .
2.  $\int \frac{1-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{2x}} dx$ .
3.  $\int \cos^4 2x dx$ .
4.  $\int \frac{2^x}{1-4^x} dx$ .
5.  $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$

### Расчётная работа №3

7. Найти частные производные первого и второго порядка функции  $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$ .
8. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{dz}{dx}$ , если  $z = \ln(e^x + e^y)$ , где  $y = x^2$ .
9. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 1$ .
10. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке  $M(-1;2;5)$ .
11. Исследовать на экстремум функцию  $z = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ .
12. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда наибольшего объёма, если площадь его боковой поверхности равна  $S$ .

### Расчётная работа №4

1. Применяя признак сравнения, исследовать на сходимость данные ряды
  - 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)2^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-\sqrt{n}}$ .
2. Применяя признак Даламбера, исследовать на сходимость данные ряды
  - 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2+1}$ .
3. Применяя признак Коши, исследовать на сходимость данные ряды
  - 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(n+2)}{3^n}$ .
4. Применяя интегральный признак, исследовать на сходимость данные ряды
  - 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+1}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2+1}$ .
5. Данные ряды исследовать на абсолютную и условную сходимость
  - 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n^2+1}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2+1}$ .

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

| Формируемая компетенция  | Показатели сформированности компетенции | Типовые контрольные задания  |
|--|---|--|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. | ПК - 1.1.                               | Вопросы к зачету<br>Вопросы к экзамену<br>Вопросы к опросу   |
|  | ПК - 1.2.                               | Вопросы к зачету<br>Вопросы к экзамену<br>Тематика докладов<br>Комплект заданий для самостоятельной работы |
|  | ПК - 1.3.                               | Вопросы к зачету<br>Вопросы к экзамену<br>Задачи<br>Комплект заданий для контрольной работы                |