**Министерство образования Московской области**
**Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области**
**«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ**
**проректор**

**26 июня 2023 г.**

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
# Б1.В.01.05
# Дифференциальные уравнения

| | |
|---|---|
| **Направление подготовки** | **44.03.05 Педагогическое образование** |
| **Направленность (профили) программы** | **Математика, Физика** |
| **Квалификация выпускника** | **Бакалавр** |
| **Форма обучения** | **Очная** |

**Орехово-Зуево**

**2023 г.**

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Курс «Дифференциальные уравнения» тесно связан с курсом «Математический анализ». В этом курсе студенты знакомятся с задачами, приводящими к понятию дифференциального уравнения, основными видами дифференциальных уравнений и методами их решения. Знание этих вопросов позволяет расширить область применения полученных знаний по математическим и другим дисциплинам к решению прикладных задач. Для успешного освоения курса студенты должны иметь хороший уровень подготовки по математическому анализу.

Курс «Дифференциальные уравнения» является самостоятельной математической дисциплиной, изучение которой опирается на знание дифференциального и интегрального исчислений, а также теории рядов.

Многие процессы реальной действительности описываются с помощью дифференциальных уравнений, поэтому данный курс имеет выраженную практическую направленность. Студенты знакомятся с решением задач физики, геометрии, химии, биологии, приводящих к составлению дифференциальных уравнений. Простейшие дифференциальные уравнения рассматриваются в школьном курсе математики, поэтому необходимо, чтобы будущий учитель хорошо ориентировался в данном курсе.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.05 Педагогическое образование по профилям Математика, Физика 2023 года начала подготовки.

В процессе изучения курса студенты усваивают метод математического моделирования при решении прикладных задач.

В курсе «Дифференциальные уравнения» рассматриваются обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений, а именно: дифференциальные уравнения первого порядка, решение которых сводится к решению уравнений с разделяющимися переменными; уравнения более высоких порядков, допускающие понижение порядка. Большое внимание уделено классу уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Студенты знакомятся с методами решения систем дифференциальных уравнений, в том числе и систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

## 2.ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

### 2.1 Цели дисциплины

Цель курса заключается в формировании у студентов представлений о понятиях теории обыкновенных дифференциальных уравнений; изучении методов решения основных видов обыкновенных дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений, а также решении задач, приводящих к составлению дифференциальных уравнений.

**Задачи дисциплины:**

1. сформировать у студентов представления об основных типах дифференциальных уравнений (линейные дифференциальные уравнения, линейные однородные дифференциальные уравнения, уравнения с разделяющимися переменными, уравнения в полных дифференциалах, уравнения с постоянными коэффициентами) и методах их решения;
2. выработать умения и навыки исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений;
3. научить применять дифференциальные уравнения к решению различных физических задач;
4. познакомить с современными направлениями развития теории дифференциальных

уравнений.

**2.3 Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.**

| **В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:** | **Коды формируемых компетенций** |
|---|---|
| **Профессиональные компетенции (ПК):** | |
| Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | ПК-1 |

**Индикаторы достижения компетенции**

| Код и наименование компетенции | Наименование индикатора достижения компетенции |
|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | **ПК-1.1**<br>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).<br>**ПК-1.2**<br>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.<br>**ПК-1.3**<br>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные. |

## 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к предметно содержательному модулю по математике части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1 (Б1.В.01.05).

Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам: «Алгебра», «Математический анализ», «Геометрия» (курс средней школы), «Тригонометрия» (курс средней школы).

Дисциплины, для изучения которых необходимы знания данного курса: «Функциональный анализ», «Прикладная математика», «Исследование операций», «Системный анализ».

## 4.1. Структура и содержание дисциплины

| **№ п/п** | **Раздел/тема** | **Семестры** | **Всего часов** | **Виды учебной работы** | | | **Промежуточная аттестация с указанием семестров** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | **Контактная работа** | | **СРС** | |
| | | | | **ЛК (лекции)** | **ПЗ (практич. занятия)** | | |
| | **Модуль 1. Дифференциальные уравнения** | 6 | 40 | 10 | 10 | 20 | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Тема 1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши. | 6 | 8 | 2 | 2 | 4 | |
| 2. | Тема 2. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка. | 6 | 16 | 4 | 4 | 8 | |
| 3. | Тема 3. Дифференциальные уравнения n-ого порядка. | 6 | 16 | 4 | 4 | 8 | |
| | **Модуль 2. Системы дифференциальных** | 6 | 32 | 8 | 8 | 16 | |
| 4. | Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. | 6 | 16 | 4 | 4 | 8 | |
| 5. | Тема 5. Линейные системы дифференциальных уравнений. | 6 | 16 | 4 | 4 | 8 | |
| | **Итого** | | 72 | 18 | 18 | 36 | Зачет с оценкой |

### 4.2. Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

**МОДУЛЬ 1**
**Содержание лекционных занятий**

**Лекция 1**
**Тема 1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши**

Предмет и задачи курса. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши**.** Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Построение решений уравнения первого порядка методом изоклин.

**Учебные цели:**

1.Объяснить суть понятий «дифференциальное уравнение», «порядок дифференциального уравнения», «интеграл дифференциального уравнения», «уравнения в нормальной форме», «интегральная кривая дифференциального уравнения», «поле направлений».

2.Понять различия между общими и частными интегралами дифференциальных уравнений.

3.Показать методы проверки того, что функция является интегралом дифференциального уравнения и метод изоклин для построения решений уравнений первого порядка.

4.Раскрыть содержание такого понятия, как обыкновенное дифференциальное уравнение, и объяснить его отличие от уравнения с частными производными.

**Основные термины и понятия:**

Дифференциальное уравнение
Порядок дифференциального уравнения
Интеграл дифференциального уравнения
Уравнения в нормальной форме
Интегральная кривая дифференциального уравнения
Поле направлений

**Лекции 2, 3**
**Тема 2. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка**

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, сводящиеся к однородным. Линейное уравнение 1-ого порядка. Уравнение Бернулли.

Уравнение в полных дифференциалах. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

**Учебные цели:**

1. Показать различия между видами уравнений и научить их определять.
2. Показать методы решения уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений.
3. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как линейного уравнения 1-го порядка по его виду.
4. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения Бернулли или уравнения в полных дифференциалах по его виду.
5. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения, не разрешенного относительно первой производной, по его виду.
6. Рассмотреть примеры различных уравнений, не разрешенных относительно первой производной.
7. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения Лагранжа или Клеро по его виду.

**Основные термины и понятия:**

Уравнения с разделяющимися переменными
Однородные уравнения
Линейное уравнение первого порядка
Метод неопределенных коэффициентов (метод вариации постоянной)
Метод неопределенных множителей (метод подстановки)
Уравнение Бернулли
Уравнение в полных дифференциалах
Уравнение первого порядка, не разрешенное относительно производной
Метод введения параметра
Уравнения Лагранжа и Клеро

**Лекции 4, 5**

**Тема 3. Дифференциальные уравнения n-ого порядка.**

Задача Коши для дифференциальных уравнений n-ого порядка. Дифференциальные уравнения n-ого порядка, допускающие понижение порядка. Структура общего решения линейного однородного дифференциальные уравнения n-ого порядка. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Структура частного решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

**Учебные цели:**

1. Рассмотреть различные виды дифференциальных уравнений n-ого порядка, допускающих понижение порядка.
2. Показать вид линейного однородного уравнения и его общего интеграла.
3. Раскрыть сущность характеристического уравнения и способ его получения из данного линейного однородного уравнения.
4. Показать зависимость между значениями корней характеристического уравнения и общего интеграла линейного однородного уравнения.
5. Показать вид линейного неоднородного уравнения и структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка.
6. Понять различия между общим интегралом неоднородного уравнения и общим интегралом однородного уравнения, соответствующего данному неоднородному.

7. Раскрыть сущность метода вариации произвольных постоянных для определения общего решения линейных неоднородных уравнений n-ого порядка с постоянными коэффициентами.

**Основные термины и понятия:**

Последовательное интегрирование
Подстановки
Общий интеграл уравнения
Линейное однородное уравнение
Характеристическое уравнение
Линейно независимые решения характеристического уравнения
Линейное неоднородное уравнение
Общий интеграл линейного неоднородного уравнения
Частный интеграл линейного неоднородного уравнения
Общий интеграл линейного однородного уравнения, соответствующего данному неоднородному уравнению
Общее решение дифференциального уравнения
Вариация произвольных постоянных

## Содержание практических занятий

**Практическое занятие 1**

**Тема** «*Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения*»

**Учебные цели:**

1.Объяснить суть понятий «дифференциальное уравнение», «порядок дифференциального уравнения», «интеграл дифференциального уравнения», «уравнения в нормальной форме», «интегральная кривая дифференциального уравнения», «поле направлений».

2.Понять различия между общими и частными интегралами дифференциальных уравнений.

3.Показать методы проверки того, что функция является интегралом дифференциального уравнения и метод изоклин для построения решений уравнений первого порядка.

4.Раскрыть содержание такого понятия, как обыкновенное дифференциальное уравнение, и объяснить его отличие от уравнения с частными производными.

5. Показать примеры задач Коши и их решений.

6. Раскрыть содержание задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

7. Понять различия между видами уравнений и научиться их определять.

8. Показать методы решения уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений.

**Основные термины и понятия:**

а. дифференциальное уравнение
б. порядок дифференциального уравнения
в. интеграл дифференциального уравнения
г. уравнения в нормальной форме
д. интегральная кривая дифференциального уравнения
е. поле направлений
ж.уравнения с разделяющимися переменными
з.однородные уравнения

**Практическое занятие 2**

**Тема** «*Линейное уравнение 1-ого порядка.Уравнение Бернулли и уравнение в полных дифференциалах*»

**Учебные цели:**

1. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как линейного уравнения 1-го порядка по его виду.

2. Показать методы неопределенных коэффициентов (метод вариации постоянной) неопределенных множителей (метод подстановки), применяемые для решения линейных уравнений первого порядка.

3. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения Бернулли или уравнения в полных дифференциалах по его виду.

4. Показать метод сведения уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению и метод решения уравнений в полных дифференциалах.

**Основные термины и понятия:**

а. линейное уравнение первого порядка

б. метод неопределенных коэффициентов (метод вариации постоянной)

в. метод неопределенных множителей (метод подстановки)

г. уравнение Бернулли

д. уравнение в полных дифференциалах

**Практическое занятие 3**

**Тема** «*Уравнения, не разрешенные относительно первой производной. Уравнения Лагранжа и Клеро*»

**Учебные цели:**

1. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения, не разрешенного относительно первой производной, по его виду.

2. Рассмотреть примеры различных уравнений, не разрешенных относительно первой производной.

3. Показать методы решения уравнений, не разрешенных относительно первой производной.

4. Раскрыть возможность определения данного дифференциального уравнения как уравнения Лагранжа или Клеро по его виду.

5. Показать методы решения уравнений Лагранжа и Клеро.

**Основные термины и понятия:**

а. уравнение первого порядка, не разрешенное относительно производной

б. метод введения параметра

г. уравнение Лагранжа

д. уравнение Клеро

**Практическое занятие 4**

**Тема** «*Дифференциальные уравнения n-ого порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами*»

**Учебные цели:**

1. Рассмотреть различные виды дифференциальных уравнений n-ого порядка, допускающих понижение порядка.

2. Показать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, в зависимости от их вида.

4. Показать вид линейного однородного уравнения и его общего интеграла.

5. Раскрыть сущность характеристического уравнения и способ его получения из данного линейного однородного уравнения.

6. Показать зависимость между значениями корней характеристического уравнения и общего интеграла линейного однородного уравнения.

7. Объяснить сущность метода интегрирования линейных однородных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

**Основные термины и понятия:**

а. последовательное интегрирование

б. подстановки

в. общий интеграл уравнения

г. линейное однородное уравнение

д. характеристическое уравнение

е. линейно независимые решения характеристического уравнения

**Практическое занятие 5**

**Тема** «*Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных*»

**Учебные цели:**

1. Показать вид линейного неоднородного уравнения и структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка.

2. Объяснить сущность методов определения частного интеграла данного общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка.

3. Понять различия между общим интегралом неоднородного уравнения и общим интегралом однородного уравнения, соответствующего данному неоднородному.

4. Раскрыть сущность метода вариации произвольных постоянных для определения общего решения линейных неоднородных уравнений n-ого порядка с постоянными коэффициентами.

5. Научить применять метод вариации произвольных постоянных для определения общего решения линейных неоднородных уравнений n-ого порядка с постоянными коэффициентами.

**Основные термины и понятия:**

а. линейное неоднородное уравнение

б. общий интеграл линейного неоднородного уравнения

в. частный интеграл линейного неоднородного уравнения

г. общий интеграл линейного однородного уравнения, соответствующего данному неоднородному уравнению

д. общее решение дифференциального уравнения

е. вариация произвольных постоянных

## МОДУЛЬ 2

### Содержание лекционных занятий

**Лекция 6, 7**

**Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее, частное и особое решения. Сведение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.

**Учебные цели:**

1. Рассмотреть задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Понять различия между общим, частным и особым решениями нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Показать способ определения общего, частного и особого решений нормальной

системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Раскрыть сущность сведения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.
5. Рассмотреть примеры сведения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.

**Основные термины и понятия:**

Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
Общее решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
Частное решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
Особое решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
Система обыкновенных дифференциальных уравнений
Дифференциальные уравнения n-ого порядка.

**Лекции 8, 9**

**Тема 5. Линейные системы дифференциальных уравнений**

Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Фундаментальные системы решений. Формула Лиувилля. Теорема об общем решении линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Учебные цели:**

– Определить понятие «система линейных однородных дифференциальных уравнений».
– Рассмотреть задачу Коши для системы линейных однородных дифференциальных уравнений.
– Определить понятие «система линейных неоднородных дифференциальных уравнений».
– Рассмотреть задачу Коши для системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений.
– Раскрыть сущность метода вариации произвольных постоянных для решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.
– Рассмотреть методы решения линейных неоднородных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Основные термины и понятия:**

Система линейных однородных дифференциальных уравнений
Задача Коши
Метод исключения
Характеристическое уравнение
Метод Эйлера
Система линейных неоднородных дифференциальных уравнений
Задача Коши
Метод исключения
Характеристическое уравнение
Метод Эйлера
Общее решение
Вариация произвольных постоянных
Общее решение
Частное решение
Метод Лагранжа

## Содержание практических занятий

**Практическое занятие 6**

**Тема** «*Системы обыкновенных дифференциальных уравнений*»

**Учебные цели:**

1. Рассмотреть задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Понять различия между общим, частным и особым решениями нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Показать способ определения общего, частного и особого решений нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Основные термины и понятия:**

а. задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
б. общее решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
в. частное решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений
г. особое решение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений

**Практическое занятие 7**

**Тема** «*Сведение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка*»

**Учебные цели:**

1. Раскрыть сущность сведения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.

2. Рассмотреть примеры сведения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.

**Основные термины и понятия:**

а. система обыкновенных дифференциальных уравнений
б. дифференциальные уравнения n-ого порядка.

**Практическое занятие 8**

**Тема** «*Линейные однородные системы дифференциальных уравнений.Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений*»

**Учебные цели:**

1. Определить понятия «система линейных однородных дифференциальных уравнений» и «система линейных неоднородных дифференциальных уравнений».

2. Рассмотреть задачу Коши для систем линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений.

3. Показать примеры определения общего решения линейной однородной и неоднородной систем дифференциальных уравнений.

**Основные термины и понятия:**

а. система линейных однородных дифференциальных уравнений
б. задача Коши
в. метод исключения
г. характеристическое уравнение
д. метод Эйлера
е. система линейных неоднородных дифференциальных уравнений
ж. задача Коши
з. метод исключения
и. характеристическое уравнение
к. метод Эйлера

**Практическое занятие 9**

**Тема** «*Метод вариации произвольных постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами*»

**Учебные цели:**

1. Раскрыть сущность метода вариации произвольных постоянных для решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.

2. Рассмотреть примеры применения метода вариации произвольных постоянных для решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.

3.Рассмотреть методы решения линейных неоднородных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

4. Показать примеры решения линейных неоднородных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Основные термины и понятия:**

а. общее решение
б. вариация произвольных постоянных
в. общее решение
г. частное решение
д. метод Лагранжа

## 5.ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Самостоятельная работа студентов направлена на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений. Самостоятельная работа в рамках изучаемой дисциплины включает следующие виды работ: подготовка к тестам, подготовка к контрольной работе, подготовка к экзамену.

Управление самостоятельной работой студентов обеспечивается, прежде всего, эффективными системами вопросов, задач и заданий, позволяющими реализовать дифференцированный подход к студентам. В системе заданий должны быть предусмотрены обязательные для всех студентов индивидуальные задания и задания более высокого уровня.

Выполнение заданий должно обязательно обсуждаться и контролироваться на занятиях, при этом необходимо варьировать различные формы организации работы студентов на занятиях: фронтальный опрос по материалу лекций, обсуждение выполнения обязательных заданий, заслушивание индивидуальных сообщений.

### МОДУЛЬ 1

**Тема 1-3. Задание:** Работа с текстом лекции, подготовка к практическому занятию по теме, работа со справочной литературой.

**Рекомендации**

Работа с текстом лекции направлена на закрепление полученных знаний. Подготовка к практическому занятию направлена на углубление и расширение теоретического кругозора студента. Работа со справочной литературой предназначена для совершенствования творческого подхода в процессе освоения курса.

**Форма отчетности:** работа при фронтальном опросе по материалу лекций, выполнение заданийна практическом занятии.

**Упражнения для самостоятельной работы студентов**

Проверить, что данная функция является интегралом (решением) данного дифференциального уравнения:

1.1. $y=Cx,\ y'x-y=0.$
1.2. $y=x^2-x+1,\ y''=2.$
1.3. $y=\sin x,\ y'-y=0.$
1.4. $y=x^3+C,\ y'=3x^2.$
1.5. $y=\sqrt{x^2+C}$, $y\,y'=x.$
1.6. $y=C\,x^3,\ 3y-x\,y'=0.$
1.7. $y=\dfrac{C}{\cos x}$, $y'-ytgx=0.$
1.8. $y=x+Ce^y,\ (x-y+1)\,y'=1.$
1.9. $y=C_1\sin x+C_2\cos x,\ y''+y=0.$
1.10. $y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x},\ y''-y'-2y=0.$
1.11. $y=C_1x^{3/2}+C_2,\ 2x\,y''=y'.$
1.12. $y=C_1x+C_2\ln x,\ x^2(1-\ln x)y''+x\,y'-y=0.$
1.13. $y=C_1x+C_2x^2,\ y''-2\,(y'/x)+2(y/x^2)=0.$
1.14. $y=Ce^{-2x},\ y'+2y=0.$
1.15. $y=e^{\arcsin Cx},\ x\,y'=ytglny.$
1.16. $y=\sin x-1+C\,e^{-\sin x},\ y'-y\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x.$
1.17. $y=C_1x+C_2x^2,\ x^2\,y'-2x\,y'+2y=0.$
1.18. $x^2+2xy=C,\ (x+y)dx+xdy=0.$
1.19. $s=t^2\ln t+C_1\,t^2+C_2t+C_3,\ t\dfrac{d^3s}{dt^3}=2.$
1.20. $y-x+C_1\ln y=C_2,\ yy''-(y')^2+(y')^3=0.$

Составить дифференциальное уравнение семейства линий:

1.21. $y=Cx.$
1.22. $y=x^2+Cx.$
1.23. $Cy=x^2+y^2.$
1.24. $y=Ce^{2x}.$
1.25. $y=Cx+C^2.$
1.26. $y^2=2Cx.$
1.27. $y=\sqrt{1-x^2}+C.$
1.28. $y=\sin Cx.$
1.29. $\dfrac{x^2}{C^2}+\dfrac{y^2}{4}=1.$

Решить дифференциальное уравнение:

2.1. $x^2dy+(y-a)dx=0.$
2.2. $x\dfrac{dx}{dt}+t=1.$
2.3. $xydy+(x+1)dx=0.$
2.4. $(y+xy)dx+(x-xy)dy=0.$
2.5. $\sin\alpha\cos\beta d\alpha=\cos\alpha\sin\beta d\beta.$
2.6. $\sqrt{y^2+1}dx=xydy.$
2.7. $(1-x^2)dy+xydx=0.$
2.8. $\sqrt{4+y^2}dx-ydy=x^2ydy.$
2.9. $y\,y'+x=1.$
2.10. $y'\sqrt{a^2+x^2}=y.$
2.11. $2x^2yy`=2-y^2.$
2.12. $1+(1+y')e^y=0.$
2.13. $x^2\,y'+y=0.$
2.14. $x+xy+y'\,(y+xy)=0.$
2.15. $y-x\,y'=1+x^2\,y'.$
2.16. $x\,y'=1+y^2.$
2.17. $e^y(1+x^2)dy-2x(1+e^y)dx=0.$
2.18. $(xy^2+x)dx+(y-x^2y)dy=0.$
2.19. $xy(1+x^2)\,y'=1+y^2.$
2.20. $(1+2y)xdx+(1+x^2)dy=0.$

Найти частные интегралы следующих уравнений при указанных начальных условиях:

2.21. $(x^2-1)y`+2xy^2=0, y(0)=1.$
2.22. $y`ctgx+y=2, y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0.$
2.23. $y^2+x^2\,y'=0,\ y(-1)=1.$
2.24. $2(1+e^x)y\,y'=e^x,\ y(0)=0.$
2.25. $(1+x^2)y^3dx-(y^2-1)\,x^3dy=0,\ y(1)=-1.$
2.26. $ctgxdy+ydx=0, y\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-1.$
2.27. $s=s'\cos^2 t\ln s, s(\pi)=1.$
2.28. $2^{x+y}+3^{x-2y}\,y'=0,\ y(0)=0.$
2.29. $\sec^2x\sec y\,dx=-ctg\,x\sin y\,dy,\ y(0)=0.$
2.30. $y'\sin x=y\ln y,\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1.$

Решить дифференциальное уравнение:

3.1. $(y+\sqrt{xy})dx=xdy.$
3.2. $x^2dx=(xy+y^2)dx.$
3.16. $\dfrac{ds}{dt}=\dfrac{s}{t}-\dfrac{t}{s}.$
3.17. $xy`(\ln y-\ln x)=y.$

3.3. $2y`=\frac{y^2}{x^2}+6\frac{y}{x}+3$.

3.4. $y`=\frac{x+2y}{2x-y}$.

3.5. $y`=\frac{x^2+xy-y^2}{x^2-2xy}$.

3.6. $x^2dy=(xy+x^2+y^2)dx$.

3.7. $y`\sqrt{x}=\sqrt{y-x}+\sqrt{x}$.

3.8. $\frac{y}{x}+\frac{1}{x}\sqrt{x^2+y^2}-y`=0, y(1)=0$.

3.9. $2xyy`=y^2-x^2$.

3.10. $y`=\frac{y}{x}+\sin\frac{y}{x}$.

3.11. $xy`=y+\sqrt{x^2+y^2}$.

3.12. $(x^2-3y^2)dx+2xydy=0$.

3.13. $xdy-ydx=ydy$.

3.14. $xyy`=y^2+2x^2$.

3.15. $x^2+y^2=2xyy`$.

3.18. $xy`\cos\frac{y}{x}=y\cos\frac{y}{x}-x$.

3.19. $xy`=y(\ln\frac{x}{y}+1)$.

3.20. $xy`+y\ln\frac{y}{x}=0$.

3.21. $(x^2+y^2)y`=2xy$.

3.22. $x^2+y^2-xyy`=0$.

3.23. $(3x^2-y^2)dy=2xydx, y(1)=-2$.

3.24. $xy`-y+x\cdot tg\frac{y}{x}=0$.

3.25. $(x-y)dy-ydx=0$.

3.26. $xy`=\sqrt{x^2-y^2}+y$.

3.27. $y`x^2=4x^2+xy+y^2$.

3.28. $x^3y`=y(x^2+y^2)$.

3.29. $xy`-y=xtg\frac{y}{x}$.

3.30. $yy`=2y-x$.

Решить задачу Коши:

4.1. $xy'=xy+e^x, y(1)=0$.

4.2. $x^2y`+xy+1=0, y(1)=0$.

4.3. $xy'-y=x^2\cos x, y(\pi)=0$.

4.4. $x^2y'=2xy+2x^3-1, y(1)=1$.

4.5. $y'-\frac{y}{x}=x\sin x, y(\frac{\pi}{2})=1$.

4.6. $2xy'+y=2x^3, y(1)=1$.

4.7. $x^2y'-(2x-1)y=x^2\cdot e^{1/x}, y(1)=e$.

4.8. $xy'+2y=x^4, y(1)=-\frac{5}{6}$.

4.9. $y'=\frac{2xy}{1+x^2}+x^2+1, y(1)=3$.

4.10. $x^3y'+3yx^2=2, y(1)=1$.

4.11. $x^3y'-x^2y+12=0, y(1)=4$.

4.12. $xy'+y=3x^2, y(1)=1$.

4.13. $y'-yctgx=2x\sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}$.

4.14. $x^2y'+xy=x^3-1, y(1)=0$.

4.15. $xy'=\frac{2y}{\ln x}+1, y(e)=0$.

4.16. $y'-2y=e^x(1+xe^x), y(0)=0$.

4.17. $y'-\cos x+\frac{y}{x}=0, y(\frac{\pi}{2})=1$.

4.18. $y'-\frac{y}{x}-x=0, y(1)=1$.

4.19. $y'\sin x-y\cos x=1, y(\frac{\pi}{2})=1$.

4.20. $2xy'-y=3x^2, y(1)=2$.

4.21. $xy'-y-x^3=0, y(2)=4$.

4.22. $(x+1)y'-2y=(x+1)^3, y(0)=1$.

4.23. $y'+y=x+2, y(0)=1$.

4.24. $y'=\sin x\cos x-y\cos x, y(0)=-1$.

4.25. $y'-\frac{y}{x\ln x}=x\ln x, y(e)=\frac{e^2}{2}$.

4.26. $y'-\frac{2x-1}{x^2}\cdot y=1, y(1)=1$.

4.27. $x^2y'=2xy+3, y(1)=0$.

4.28. $\left(y+x^2\right)dx=xdy, y(1)=2$.

4.29. $y'+\frac{3y}{x}=\frac{2}{x^3}, y(1)=2$.

4.30. $y'+xy=-x^3, y(0)=3$.

Решить уравнение Бернулли:

5.1. $y'-y=e^{-x}\cdot y^2, y(0)=1$.

5.16. $y'=ytgx-y^2\cdot\cos x$.

5.2. $y' - 3y = \sqrt[3]{y}e^{2x}$.

5.3. $y' + \dfrac{2y}{x} = x^2y^3, y(1) = 1$.

5.4. $2y' + \dfrac{3y}{x} = -\dfrac{1}{x^3y}$.

5.5. $y' + 2y = y^2 \cdot e^{\tilde{o}}$.

5.6. $xy' + 2y = x^5y^2$.

5.7. $y' = yctgx + \dfrac{y^3}{\sin x}$.

5.8. $y' + y = e^{2x} \cdot y^3$.

5.9. $3y' = y\sin x - 3y^4 \sin x$.

5.10. $y' + 4xy = 2x\sqrt{y}e^{-x^2}$.

5.11. $y'x + 2y = 2x\sqrt{y}$.

5.12. $xy^2 + y = xy'$.

5.13. $y' + \dfrac{y}{x} + \dfrac{1+x^2}{xy} = 0$.

5.14. $xy' + y = xy^2 \ln x$.

5.15. $xyy' = y^2 + x$.

5.17. $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$.

5.18. $xy' - 2\sqrt{y}x^2 = 4y$.

5.19. $y' + \dfrac{y}{x} = -xy^2$.

5.20. $xy' - 4y = \sqrt{y} \cdot x^2$.

5.21. $y' - 2y \cdot tgx + y^2 \sin^2 x = 0$.

5.22. $y' + \dfrac{3x^2y}{x^3+1} = y^2(x^3+1)$.

5.23. $y' + \dfrac{2}{x}y = 3x^2 \cdot y^{4/3}$.

5.24. $xy' + y = 2y^2 \ln x, y(1) = \dfrac{1}{2}$.

5.25. $3(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 3$.

5.26. $(x^3+1)y' + 3x^2y = (yx^3 + y)^2 \cdot \sin x$.

5.27. $x^2y^2\, y' + xy^3 = 1$.

5.28. $y' - y = xy^2$ , $y(0) = 1$.

5.29. $y' + 2xy = 2x^3y^3$.

5.30. $2xy^2 - y + x\, y' = 0$.

Найти общий интеграл уравнения:

6.1. $e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0;$

6.2. $(3\, x^2y^2+7)dx+2x^3ydy=0;$

6.3. $(y^3 + \cos x)dx + (3xy^2 + e^y)dy = 0;$

6.4. $(5xy^2 - x^3)dx + (5x^2y - y)dy = 0;$

6.5. $\dfrac{y}{x^2}dx + \left(y - \dfrac{1}{x}\right)dy = 0;$

6.6. $(x^2-4xy-2y^2)dx+(y^2-4xy-2x^2)dy=0;$

6.7. $\dfrac{dx}{y} - \left(\dfrac{x}{y^2}+1\right)dy = 0;$

6.8. $(2x - 9x^2y^2)dx + (4y^3 - 6x^3y)dy = 0;$

6.9. $e^{-y}dx + (2y - xe^{-y})dy = 0;$

6.10. $(e^y + y\, e^x + 3)dx = (2 - x\, e^y - e^x)dy;$

6.11. $\dfrac{y}{x}\, dx + (y^3 + \ln x)dy = 0;$

6.12. $(1+y^2\sin 2x)dx - 2y\cos^2 x dy=0;$

6.13. $\left(x - \dfrac{1}{y}\right)dx + \dfrac{x}{y^2}\, dy = 0;$

6.14. $\dfrac{y^2}{x^3}dx - \left(\dfrac{y}{x^2}+1\right)dy = 0;$

6.15. $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0;$

6.16. $(ye^x - 1)dx + (e^x - y^2)dy = 0;$

6.17. $x\ln y dx + \left(\dfrac{x^2}{2y} - y\right)dy = 0,\ y(0) = 1;$

6.18. $(15x^2y^2 - 5)dx + (10x^3y + 12y^3 + 6)dy = 0;$

6.19. $(6xy + x^2 + 3)dy + (3y^2 + 2xy + 2x)dx = 0;$

6.20. $\sin(x+y)dx+x\cos(x+y)(dx+dy)=0;$

6.21. $(10xy^3+12x^3+6)dx+(15x^2y-5)ydy=0;$

6.22. $\cos y\, dx - (x+2\cos y)\sin y\, dy=0;$

6.23. $(\cos x \cos y+6x+3)dx+(18y^2-\sin x \sin y)dy=0;$

6.24. $4x^3\cos y\, dx-(x^4\sin y+2)dy=0;$

6.25. $(2x-9x^2y^2)dx+(4y^3-6x^3y)dy=0;$

6.26. $(x^2+2xy^3)dx+(\, y^2+3\, x^2y^2)dy=0;$

6.27. $(3\, x^2y-y^3+x)dx+(x^3+5y-3xy^2)dy=0;$

6.28. $(2x-y+4)dy+(x+2y+5)dx=0;$

6.29. $(1+y^2 \sin 2x)dx-2y \cos^2 x\, dy=0;$

6.30. $(x^4+6x^2y^2+y^4)dx+(4x^3y+4xy^3)dy=0.$

Решить уравнения:

7.1. $y'''=e^{2x}$.

7.2. $y''=x \sin x$.

7.3. $x(y''+1)+y'=0$.

7.4. $y''=\sqrt{1-(y')^2}$ .

7.5. $y''+ay=b$.

7.6. $y^{IV}\, tg\, x=y'''$.

7.7. $y'''tg\, x=2y''$.

7.8. $y'''tg\, x=y''+1$.

7.9. $y'''tg\, 3x=3y''$.

7.10. $2x\, y'''=y''$.

7.11. $y'''ctg\, 2x+2y''=0$.

7.12. $(x+1)y'''+y''=x+1$.

7.13. $(x^2+1)y'''=2x\, y''$.

7.14. $xy'''+2y''=0$.

7.15. $xy'''+y''+x=0$.

Найти решение задачи Коши:

7.16. $y''=3x^2,\ y(0)=2,\ y'(0)=1$.

7.17. $(y''x-y')\,y'=x^3,\ y(1)=1,\ y'(1)=0$.

7.18. $y''=2y^3+8y,\ y(0)=0,\ y'(0)=4$.

7.19. $y''y^3+1=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=1$.

7.20. $y''=2y^3+2y,\ y(0)=-1,\ y'(0)=2$.

7.21. $y''\,y'=18y,\ y(1)=1,\ y'(1)=3$.

7.22. $y''tg\, y=2(y')^2,\ y(0)=\pi/2,\ y'(0)=-1$.

7.23. $y''(y')^2=y^3-4y,\ y(0)=0,\ y'(0)=2$.

7.24. $y''=2y^3+y,\ y(0)=0,\ y'(0)=0{,}5$.

7.25. $y''=128y^3,\ y(0)=1,\ y'(0)=8$.

7.26. $y''y^3+4=0,\ y(1)=2,\ y'(1)=1$.

7.27. $y''=2y^3-2y,\ y(0)=0,\ y'(0)=-1$.

7.28. $y''(y')^2=y^3-y,\ y(0)=0,\ y'(0)=1$.

7.29. $y''=(1/2)y^3+2y,\ y(0)=0,\ y'(0)=2$.

7.30. $2yy''=(y')^2,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$.

Решить уравнения:

8.1. $y''-5y'+4y=0$.

8.2. $y''-6y'+9y=0$.

8.3. $y''+8y'+25y=0$.

8.4. $y''-3y'+2y=0$.

8.5. $y''-4y'+4y=0$.

8.6. $y''-2y'+2y=0$.

8.7. $y''-4y=0$.

8.15. $y'''+6y''+25y'=0$.

8.16. $y'''+5y''=0$.

8.17. $y'''-3y''+3y'-y=0$.

8.18. $y^{(4)}-8y^{(2)}-9y=0$.

8.19. $x^2y''-xy'-y=0$.

8.20. $x^2y''-xy'-3y=0$.

8.21. $x^2y''-xy'+5y=0$.

8.8. $y''+4y'=0.$

8.9. $y''+3y'+2y=0.$

8.10. $y''+2y'+5y=0.$

8.11. $y''-y=0.$

8.12. $y''+y=0.$

8.13. $y''-5y'+6y=0.$

8.14. $y'''-4y''+3y'=0.$

8.22. $x^2y''-xy'+10y=0.$

8.23. $x^2y''-4xy'+4y=0.$

8.24. $x^2y''-3xy'+4y=0.$

8.25. $2x^2y''+2xy'+8y=0.$

8.26. $3x^2y''-xy'+y=0.$

8.27. $x^3y'''+3xy'-3y=0.$

8.28. $x^3y'''+2x^2y''+xy'-y=0.$

8.29. $y''-y=0,$ если $y(0)=0,\ y'(0)=1.$

8.30. $y''+2y'+2y=0,$ если $y(0)=1,\ y'(0)=1.$

Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами:

9.1. $y''-6y'-7y=-16e^{7x}-35x-93$

9.2. $y''+4y'-12y=32e^{2x}-24x-40$

9.3. $y''+12y'+35y=2e^{-7x}+140x+258$

9.4. $y''+4y'-32y=24e^{4x}+96x+212$

9.5. $y''-3y'-18y=36e^{-3x}-36x+84$

9.6. $y''+7y'-8y=-18e^{-8x}-56x+81$

9.7. $y''-2y'-15y=24e^{5x}+75x-20$

Найти решение задачи Коши:

9.8. $y''+6y'-10y=3xe^{-3x}+24e^{3x}(\sin x-3\cos x),\ y(0)=2,\ y'(0)=-2$

9.9. $y''-8y'+20y=20e^{4x}\cos 2x,\ y(0)=2,\ y'(0)=8$

9.10. $y''-2y'-5y=e^{x}(8x+3\cos x),\ y(0)=1,\ y'(0)=5$

9.11. $y''-2y'-y=2e^{x}(1-2\sin 2x),\ y(0)=0,\ y'(0)=4$

9.12. $y''-8y'+17y=e^{4x}(x^2+2-6\cos x),\ y(0)=0,\ y'(0)=0$

9.13. $y'''-2y''-4y'-8y=8e^{2x}(\cos 2x-2\sin 2x)-16x^2+16x-8,\ y(0)=0,\ y'(0)=2,\ y''(0)=12$

9.14. $y''-6y-8y=2e^{4x}(2\cos x-\sin x)-10e^{2x},\ y(0)=-3,\ y'(0)=-5$

9.15. $y''+2y-y=2(x+1)\sin x-2\cos x,\ y(0)=0,\ y'(0)=0$

9.16. $y''-6y-13y=(4x^2+2)e^{3x}-9(3\cos 2x+4\sin 2x),\ y(0)=-3,\ y'(0)=4$

9.17. $y'''-y''-y'+y=10(x-2)\sin x-10(x-1)\cos x,\ y(0)=3,\ y'(0)=3,\ y''(0)=13$

9.18. $y''''+y''=2(x-3)e^{-x},\ y(0)=-3,\ y'(0)=8,\ y''(0)=1,\ y'''(0)=3$

9.19. $y''+4y=e^{x}(4\cos 2x+\sin 2x)-6\cos 4x,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$

9.20. $y'''-4y''+3y'=2-6x-(2x+1)e^{2x}+6(\cos x+2\sin x),\ y(0)=0,\ y'(0)=1,\ y''(0)=6$

9.21. $y''-4y'+5y=\frac{1}{2}e^{2x}(1+3\cos 2x),\ y(0)=0,\ y'(0)=1$

9.22. $y''+3y'+2y=-e^{-x}(2\cos 2x+\sin 2x),\ y(0)=0,\ y'(0)=4$

9.23. $y''-3y'+2y=6\cos 2x+2\sin 2x-e^{x},\ y(0)=4,\ y'(0)=6$

9.24. $y''-y=-e^{x}(9\cos 3x+6\sin 3x),\ y(0)=1,\ y'(0)=5$

9.25. $y''+4y'+3y=4e^{x}-e^{-x}(\cos x+2\sin x),\ y(0)=2,\ y'(0)=-1$

9.26. $y''+2y'+2y=2e^{x}(\cos x+\sin x),\ y(0)=0,\ y'(0)=1$

9.27. $y''-5y'=6(1-5x)-25(\cos 5x+\sin 5x),\ y(0)=0,\ y'(0)=5$

9.28. $y''+y=4x\sin x,\ y(0)=1,\ y'(0)=-2$

9.29. $y''-2y'+y=2e^{x}(3x-\cos x+\sin x),\ y(0)=3,\ y'(0)=3$

9.30. $y''-4y'+8y=4(e^{2x}+5\sin 2x),\ y(0)=3,\ y'(0)=2$

Найти частный интеграл уравнения:

9.31. $y''-5y'+6y=e^{x}(e^{x}+4)$.

9.32. $y''+6y'+9y=e^{-3x}\cos^3 x$.

9.33. $y''-3y'+2y=e^{2x}(e^{x}+1)^{-1}$.

9.34. $y''+2y'+y=xe^{x}\cos x$.

9.35. $y''+16y=\sin^3 x$.

9.36. $y'''+4y'=\sin^2 x\cos x$.

Решить уравнение методом вариации постоянных

10.1. $4y''+y=ctg\frac{x}{2}$

10.2. $y''+3y'+2y=\frac{1}{e^{x}(2+e^{x})}$

10.3. $y''+4y=\frac{4}{\cos 2x}$

10.4. $y''+y=2ctgx$

10.5. $y''-3y'+2y=\frac{e^{x}}{1+e^{-x}}$

10.6. $y''+\pi^2 y=\pi^2\sec\pi x$

10.7. $y''+y=\sec x$

10.8. $y''-6y'+8y=\frac{4}{1+e^{-2x}}$

10.9. $\pi^2 y''+y=\sec\frac{x}{\pi}$

10.10. $y''+y=4ctgx$

10.11. $y''+6y'+8y=\frac{4e^{-2x}}{2+e^{2x}}$

10.12. $y''+9y=\frac{9}{\cos 3x}$

10.13. $y''+4y=4ctg2x$

10.14. $y''-6y'+8y=\frac{4e^{2x}}{1+e^{-2x}}$

10.17. $y''+4y=\frac{4}{\sin 2x}$

10.18. $y''+y'=\frac{e^{x}}{2+e^{x}}$

10.19. $y''-3y'+2y=\frac{1}{1+e^{-x}}$

10.20. $y''+y=\frac{1}{\sin x}$

10.21. $y''+4y=8ctg2x$

10.22. $y''+3y'=\frac{9e^{3x}}{1+e^{3x}}$

10.23. $y''-9y'+18y=\frac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}}$

10.24. $y''-3y'=\frac{9e^{-3x}}{1+e^{-3x}}$

10.25. $y''-6y'-8y=4(2+e^{-2x})^{-1}$

10.26. $y''+9y=\frac{9}{\sin 3x}$

10.27. $y''-y'=\frac{e^{-x}}{2+e^{-x}}$

10.28. $y''-3y'+2y=\frac{1}{3+e^{-x}}$

10.15. $y'' - 16y = \dfrac{16}{\cos 4x}$

10.16. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$

10.29. $y'' + 16y = \dfrac{16}{\sin 4x}$

10.30. $y'' - 2y' = \dfrac{4e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$

Определить тип данного дифференциального уравнения и затем решить его соответствующим способом (если даны начальные условия, найти частные решения).

11.1. $2dy-xdx=0,\ y(2)=0.$
11.2. $ydy-xdx=0,\ y(3)=5.$
11.3. $(2x+5)dy+ydx=0,\ y(0)=1.$
11.4. $yx-y'=0,\ y(0)=10$
11.5. $yy'=3,\ y(6)=10.$
11.6. $y'-(2x+2)\sqrt{1-y^2}=0,\ y(0)=1.$
11.7. $y'\sqrt{1+x^2}-y=0,\ y(0)=4.$
11.8. $y'x+\sqrt{4-y^2}=0,\ y(1)=0.$
11.9. $y'(4+x^2)+y^2=0,\ y(2)=8/\pi.$
11.10. $y'(4-x^2)-4y=0,\ y(0)=5.$
11.11. $\sqrt{x}\,dy-ydx=dx,\ y(0)=0.$
11.12. $y'\sqrt{1-x^2}+x\sqrt{9-y^2}=0,$ $y(0)=0.$
11.13. $y'-2xy-y=0,\ y(0)=\sqrt{3}.$
11.14. $3xdx-2xdy=dx+dy.$
11.15. $\sqrt{2+y}\ \mathrm{cosec}^2x-y'\cos^2x=0,\ y(\pi/4)=2$
11.16. $xdy+ydx=\sin x dx,\ y(\pi/2)=2/\pi.$
11.17. $y'=\dfrac{y^2}{x^2}-\dfrac{y}{x}.$
11.18. $y'\sin x-y=\sin x\,\sin\dfrac{x}{2}.$
11.19. $y'-5x^4y=e^{x^5}.$
11.20. $x\,y'-y=x\sqrt{x}.$
11.21. $\sqrt{1-x^2}\,(x\,y'+y)=1.$
11.28. $y'+\dfrac{2y}{x}=\dfrac{e^{-x^2}}{x}.$
11.29. $x\,y'+y=\ln x+1.$
11.30. $y'-y\,\mathrm{tg}x=\mathrm{ctg}x.$
11.31. $x\,y'+y+xy^2=0.$
11.32. $y'+xy=xy^3.$
11.33. $y''+9y=0.$
11.34. $y''-9y=0.$
11.35. $y''-y'=0.$
11.36. $y''+25y=0.$
11.37. $y''+25y'=0.$
11.38. $y''-8y=0.$
11.39. $y''-25y=0.$
11.40. $y''-2y'+y=0.$
11.41. $y''-6y'+9y=0.$
11.42. $y''+4y'+10y=0.$
11.43. $y''+100y=0.$
11.44. $2y''-3y'-2y=0.$
11.45. $y''+3y=0.$
11.46. $y''+y'-12y=0.$
11.47. $y''+4y'+4y=0.$
11.48. $y''-4y'-7y=0.$
11.49. $y''+y'=e^x.$
11.50. $y''-4y'=4e^{4x}.$
11.51. $y''+3y'+2y=3e^{2x}.$
11.52. $y''+y'+y=3\cos 2x.$
11.53. $y''+3y'+2y=5e^{5x}.$
11.54. $y''+y=\sin 5x.$
11.55. $y''+y=\cos x.$
11.56. $y''+9y=\cos 3x.$
11.57. $y''+y'-2y=2e^{-2x}+e^{2x}.$
11.66. $y''-y'=4+x.$
11.67. $y''-2y'-3y=x^2.$
11.68. $y''+y=\cos x+\sin 5x.$
11.69. $y''+4y'=x+e^{-4x}.$
11.70. $y''-4y=e^{2x}+3e^{-2x}.$
11.71. $y''+9y=4\sin 3x+x.$
11.72. $y''-3y'=x^3+2.$
11.73. $y''+3y'=1.$
11.74. $y''+y=x\cos x.$
11.75. $y''+y'=xe^x.$
11.76. $y''+y'=x\sin x.$
11.77. $xyy'+x^2-y^2=0.$
11.78. $x+yy'+(1+y')xy=0,\ y(0)=0.$
11.79. $\left(y\cos\dfrac{y}{x}-x\right)dx=x\cos\dfrac{y}{x}\,dy.$
11.80. $xy'\cos y+\sin y=0.$
11.81. $y^2dx-(2xy-3)dy=0,\ y(1)=1.$
11.82. $(1-ye^{-x})dx+e^{-x}dy=0.$
11.83. $y''-2y'+y=4e^x+e^{-x}\sin x.$
11.84. $y''+y'=2x^2e^x,\ y(0)=5,\ y'(0)=0{,}5.$
11.85. $y''\sin y-2(y')^2\cos y=0,\ y(0)=\pi/4,\ y'(0)=2.$
11.86. $y'''\sin^4x=\sin 2x.$
11.87. $y'''-y''-y'+y=3x+e^x(24x-4).$
11.88. $y''+y=\sec x.$
11.89. $y''+2a\,y'+a^2y=\sqrt{x}\ e^{-ax}.$

11.90. *y''sinx=(1+y')cosx,y(π/2)=0, y'(π/2)=-1.*

## МОДУЛЬ 2

**Тема 4-6. Задание:** Работа с текстом лекции, подготовка к практическому занятию по теме, работа со справочной литературой.

**Рекомендации**

Работа с текстом лекции направлена на закрепление полученных знаний. Подготовка к практическому занятию направлена на углубление и расширение теоретического кругозора студента. Работа со справочной литературой предназначена для совершенствования творческого подхода в процессе освоения курса.

**Форма отчетности:** работа при фронтальном опросе по материалу лекций, выполнение заданийна практическом занятии.

### Упражнения для самостоятельной работы студентов

Найти частное решение однородной системы линейных дифференциальных уравнений с начальным условием

12.1. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y & x(0) = 3 \\ \dot{y} = x - y & y(0) = 1 \end{cases}$

12.2. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y & x(0) = 5 \\ \dot{y} = x - 2y & y(0) = 1 \end{cases}$

12.3. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = 2x + 2y & y(0) = 1 \end{cases}$

12.4. $\begin{cases} \dot{x} = x = 4y & x(0) = 2 \\ \dot{y} = 2x - y & y(0) = 1 \end{cases}$

12.5. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = -5x - 3y & y(0) = -1 \end{cases}$

12.6. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = 2x + y & y(0) = 1 \end{cases}$

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений. Указать частное решение системы, удовлетворяющее начальному условию: *x(0)=0, y(0)=0*.

12.7. $\begin{cases} \dot{x} = 2\tilde{o} + 8\acute{o} + 8\mathring{a}^t \\ \dot{y} = -4x + 10y + 9e^t \end{cases}$

12.8. $\begin{cases} \dot{x} = 2\tilde{o} - 2\acute{o} + 6 \\ \dot{y} = 2x + 6y - 18 \end{cases}$

12.9. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y - 10 \\ \dot{y} = 2x + 6y + 20 \end{cases}$

12.10. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 12 \\ \dot{y} = 5x + 6y - 18 \end{cases}$

12.11. $\begin{cases} \dot{x} = 10x + 2y - 2e^t \\ \dot{y} = -2x + 6y - 5e^t \end{cases}$

12.12. $\begin{cases} \dot{x} = 10x + 2y - 9\mathring{a}^t \\ \dot{y} = -4x + 6y + 4e^t \end{cases}$

12.13. $\begin{cases} \dot{x} = 6x - 5y + 4 \\ \dot{y} = 4x + 10y \end{cases}$

12.14. $\begin{cases} \dot{x} = 8x - 4y \\ \dot{y} = 5x + 4y - 13 \end{cases}$

12.19. $\begin{cases} \dot{x} = 10x + 8y - 9\mathring{a}^t \\ \dot{y} = -5x - 2y + 5e^t \end{cases}$

12.20. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y - \mathring{a}^t \\ \dot{y} = 8x + 10y - 8e^t \end{cases}$

12.21. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y \\ \dot{y} = -2x + 6y + 8 \end{cases}$

12.22. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y \\ \dot{y} = -4x + 6y + 10 \end{cases}$

12.23. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y - \mathring{a}^t \\ \dot{y} = -4x + 6y + 4e^t \end{cases}$

12.24. $\begin{cases} \dot{x} = 10x - 2y - 8 \\ \dot{y} = 2x + 6y - 8 \end{cases}$

12.25. $\begin{cases} \dot{x} = 10x - 4y - 9\mathring{a}^t \\ \dot{y} = 2x + 6y - 2e^t \end{cases}$

12.26. $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y - 5\mathring{a}^t \\ \dot{y} = -5x + 10y + 5e^t \end{cases}$

12.15. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 4y - 3\mathring{a}^t \\ \dot{y} = -2x + 8y + 2e^t \end{cases}$

12.16. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 5y - 3 \\ \dot{y} = -2x + 6y + 10 \end{cases}$

12.17. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 5y + 1 \\ \dot{y} = 2x - 4y \end{cases}$

12.18. $\begin{cases} \dot{x} = 6x - 2y + 2\mathring{a}^t \\ \dot{y} = 17x - 4y + 5e^t \end{cases}$

12.27. $\begin{cases} \dot{x} = 8x + 5y - 13 \\ \dot{y} = -4x + 4y \end{cases}$

12.28. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 2y + 3\mathring{a}^t \\ \dot{y} = 4x + 8y + 4e^t \end{cases}$

12.29. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 2y + 3\mathring{a}^t \\ \dot{y} = 5x + 6y + 5e^t \end{cases}$

12.30. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - 6 \\ \dot{y} = 2x - y - 4 \end{cases}$

Решить систему уравнений:

12.31. $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + 2y + 3z = 0 \\ \dfrac{dz}{dx} + y = 0 \end{cases}$

12.33 $\begin{cases} u' + u - v - w = 0 \\ v' - u + v - w = 0 \\ w' - u - v - w = 0. \end{cases}$

12.32. $\begin{cases} \dfrac{du}{dt} - 2u - 4v = \cos t \\ \dfrac{dv}{dt} + u + 2v = \sin t \end{cases}$

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации приведен в приложении.

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1 Основная учебная литература:


1. Сергеев И. Н. Дифференциальные уравнения: учеб. для студентов вузов. –М.: Академия, 2013. -288 с.- ISBN 978-5-7695-9606-3; То же [Электронный ресурс]. - URL:https://drive.google.com/file/d/0BwulwquUtZ1KUlJ2UVgzUks0NkE/view
2. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения: Учеб. пособие. –СПб: Лань, 2008. -288 с. - ISBN 978-5-8114-0677-7; То же [Электронный ресурс]. - URL: https://drive.google.com/file/d/0BwulwquUtZ1KZTQ4ZFpfQzUyVDg/view


### 7.2. Дополнительная литература


1. Баврин И. И. Математика для гуманитариев : учеб. для студентов вузов. –М.: Академия, 2011. -320 с. ISBN 978-5-7695-7957-8; То же [Электронный ресурс]. - URL:https://b-ok.org/book/2711369/f56d1b
2. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учеб. пособие.:–СПб: Лань, 2010. -460 с. : ил.; То же [Электронный ресурс]. - URL:https://drive.google.com/file/d/1svgOjDXFV54tpxjGqs-ED9pKCiUSUeUE/view

3. Просветов Г. И. Дифференциальные уравнения: задачи и решения: Учебно-практич.пособие.–М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2011. — 88 с. ISBN 978-5-94280-507-4; То же [Электронный ресурс]. - URL: https://www.diary.ru/~eek/p48302307.htm

## 8.ПЕРЕЧЕНЬ СОВРЕМЕННЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Все обучающиеся университета обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам. Ежегодное обновление современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем отражено в листе актуализации рабочей программы.

**Современные профессиональные базы данных:**

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/
2. Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/
3. http://www.mathprofi.ru/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii.html
4. http://www.calc.ru/Lineynyye-Neodnorodnyye-Differentsialnyye-Uravneniya-Vtorogo.html
5. http://videourokionline.ru/load/video_uroki_matematika/differencialnye_uravneniya/247
6. http://edu.ru - Федеральный портал «Российское образование», поддерживаемый ФГУ ГНИИ
7. www.exponenta.ru - на сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
8. www.math.ru – математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
9. www.mathematics.ru – учебный материал по различным разделам математики. Математика для студентов и прочее.
10. www.xplusy.isnet.ru – содержит большое количество видео-лекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.

**Информационные справочные системы:**

Яндекс https://yandex.ru/
Рамблер https://www.rambler.ru/
Google https://www.google.ru/
Mail.ru https://mail.ru/

**Информационно-образовательные ресурсы**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными» используются электронные образовательные ресурсы, размещенные в электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС ГГТУ):

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие http://window.edu.ru/resource/151/47151
2. Дифференциальные уравнения: учебное пособие http://window.edu.ru/resource/163/47163
3. Дифференциальные уравнения: учебное пособие

http://window.edu.ru/resource/175/47175

4. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений http://window.edu.ru/resource/801/55801
5. Дифференциальные уравнения. Тестовые задания: учебное пособие http://window.edu.ru/resource/491/76491
6. Дифференциальные уравнения: конспект лекций http://window.edu.ru/resource/341/78341
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка: учебно-методическое пособиеhttp://window.edu.ru/resource/332/58332
8. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие http://window.edu.ru/resource/459/69459
9. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость решений: методические указания http://window.edu.ru/resource/885/76885

## 9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

| Аудитории | Программное обеспечение |
|---|---|
| - учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;<br><br>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;<br><br>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине,<br>оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования; | Операционная система<br><br>Пакет офисных приложений<br><br>Браузер Firefox, Яндекс |

## 10.ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель): ст.пр. Солдатова Н.Г.

подписи авторов

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 26.06.2023 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой Каменских Н.А.

**Приложение**

Министерство образования Московской области
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Государственный гуманитарно-технологический университет

(ГГТУ)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.01.05
Дифференциальные уравнения**

| | |
|---|---|
| **Направление подготовки** | **44.03.05 Педагогическое образование** |
| **Направленность (профили) программы** | **Математика, Физика** |
| **Квалификация выпускника** | **Бакалавр** |
| **Форма обучения** | **Очная** |

**Орехово-Зуево
2023 г.**

### 1.1. Индикаторы достижения компетенций

| Код и наименование компетенции | Наименование индикаторадостижения компетенции |
|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | **ПК-1.1**<br>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).<br>**ПК-1.2**<br>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.<br>**ПК-1.3**<br>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные. |

### 1.2.Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «5» и «4» соответствует **повышенному** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «3» соответствует **базовому** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «2» соответствует показателю «компетенция не освоена».

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде | Критерии оценивания |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1) | Тест (показатель компетенци и «Знание») | Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень знаний и умений обучающегося. | Тестовые задания | Оценка «*Отлично*» выставляется за тест, в котором выполнено более 90% заданий.<br>Оценка «Хорошо» выставляется за тест, в котором выполнено более 75 % заданий. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | Оценка «Удовлетворительно» выставляется за тест, в котором выполнено более 60 % заданий. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется за тест, в котором выполнено менее 60 % заданий. |
| 2) | Электронный конспект (показатель компетенции «Умение») | Оценочное средство, позволяющее формировать и оценивать умения студентов по переработке информации | Тематика электронных конспектов | Оценка «Отлично» - Оптимальный объем текста (не более одной трети оригинала). Присутствует логическое построение и связность текста, полнота/глубина изложения материала (наличие ключевых положений, мыслей). Информация визуализирована как результат ее обработки (таблицы, схемы, рисунки –при необходимости). Оформление - аккуратность, соблюдение структуры оригинала. Представлены выводы и примеры практического применения проработанной информации. Оценка «Хорошо» - Оптимальный объем текста (не более одной трети оригинала). Присутствует логическое построение и связность текста, полнота/ глубина изложения материала (наличие ключевых положений, мыслей). Информация визуализирована как результат ее обработки (таблицы, схемы, рисунки – при необходимости). Оформление - аккуратность, |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | соблюдение структуры оригинала. Оценка «Удовлетворительно» - В электронном конспекте оптимальный объем текста (не более одной трети оригинала). Нарушено логическое построение и связность текста, полнота/ глубина изложения материала (наличие ключевых положений, мыслей). Информация не визуализирована. Оценка «Неудовлетворительно» - Конспект написан не по требованиям, имеются грубые ошибки. |
| 3) | Расчетная работа (решение задач)(показатель компетенции «Владение») | Средство проверки владения применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю. | Задачи | Оценка «Отлично» - Студент понимает методику и умение ее правильно применить. Решение качественно оформленное (аккуратность, логичность). Использован нетрадиционный подход к решению задачи. Оценка «Хорошо» - Студент понимает методику и умение ее правильно применить. Решение качественно оформленное (аккуратность, логичность). Оценка - «Удовлетворительно». Студент понимает методику и умение ее правильно применить. Оценка - «Неудовлетворительно». Студент не решил задачи. |
| 4) | Зачет с оценкой | Контрольное мероприятие, которое проводится по окончанию изучения дисциплины в виде, | Вопросы к зачету | Оценка *«отлично»* предполагает: знание понятийно-терминологического аппарата дисциплины: |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | предусмотренном учебным планом. | | состав и содержание научных понятий, их связей между собой, их систему;<br>знание теории вопроса, умение анализировать проблему;<br>умение применять основные положения теории вопроса, аналитическое изложение научных идей отечественных и зарубежных ученых;<br>умение содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса;<br>глубокое понимание, осознание материала.<br>Оценка *«хорошо»* предполагает:<br>знание основных теоретических положений вопроса;<br>умение анализировать изучаемые дисциплиной явления, факты, действия;<br>умение содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса. Но имеет место недостаточная полнота по излагаемому вопросу.<br>Оценка *«удовлетворительно»* предполагает:<br>неполноту изложения информации;<br>оперирование понятий на бытовом уровне;<br>отсутствие связи в построении ответа;<br>неумение выделить главное;<br>отсутствие выводов.<br>Оценка *«неудовлетворительно»* предполагает: |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | незнание понятийного аппарата;<br>незнание методологических основ проблемы;<br>незнание теории и истории вопроса;<br>отсутствие умения анализировать учебный материал. |

**1.3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Текущий контроль**

**Тематика электронных конспектов**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.Уравнения, сводящиеся к однородным.
3. Линейное уравнение 1-ого порядка.Уравнение Бернулли.
4. Уравнение в полных дифференциалах.
5. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной.
6. Уравнения Лагранжа и Клеро.
7. Дифференциальные уравнения n-ого порядка.
8. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
9. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
10. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
11. Линейные однородные и неоднородные системы дифференциальных уравнений.
12. Применение теории дифференциальных уравнений.

**Задачи**

**Расчетная работа 1**

Вариант 1

1. Решить дифференциальное уравнение:

а) $(1-x^2)dy + xydx = 0$ ; б) $xy' - y = xtg\dfrac{y}{x}$

2.Решить задачу Коши $xy' = xy + e^x,\ y(1) = 0$

3. Решить уравнение Бернулли $y' - 3y = \sqrt[3]{y' \cdot e^{2x}}$

4.Найти общий интеграл уравнения

$e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0$;

5. Найти решение задачи Коши и сделать проверку  $y'' = 2y^2 + 8y$ , $y(0) = 0$ , $y'(0) = 4$.

Вариант 2

1. Решить дифференциальное уравнение:

а) $x\dfrac{dx}{dt} + t = 1$;  б) $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$

2.Решить задачу Коши  $xy' + y = 3x^2,\ y(1) = 1$

3. Решить уравнение Бернулли  $y' + \dfrac{y}{x} = -xy^2$

4.Найти общий интеграл уравнения

$(6xy + x^2 + 3)dy + (3y^2 + 2xy + 2x)dx = 0$;

5. Найти решение задачи Коши и сделать проверку  $y'' = 2y^3 + 2y$ , $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 3

1. Решить дифференциальное уравнение:

а) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$;  б) $xy' + y\ln\dfrac{y}{x} = 0$

2.Решить задачу Коши  $x^2y' + xy = x^3 - 1,\ y(1) = 0$

3. Решить уравнение Бернулли  $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

4.Найти общий интеграл уравнения

$(15x^2y^2 – 5)dx + (10x^3y + 12y^3 + 6)dy = 0$;

5. Найти решение задачи Коши и сделать проверку  $y'' = 1/2y^3 + 2y$ , $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

Вариант 4

1. Решить дифференциальное уравнение:

а) $\sqrt{4 + y^2}\,dx - ydy = x^2ydy$;  б) $x^2 + y^2 - xyy' = 0$

2.Решить задачу Коши  $y' - 2y = e^x(1 + xe^x), y(0) = 0$

3. Решить уравнение Бернулли  $xyy' = y^2 + x$

4.Найти общий интеграл уравнения

$(y – 3x^2)dx – (4y – x)dy = 0$;

5. Найти решение задачи Коши и сделать проверку  $y'' = 128y^3$ , $y(0) = 1$, $y'(0) = 8$.

## Расчетная работа 2

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$y''-6y'-7y=-16e^{7x}-35x-93$$

2.Решить задачу Коши $y''-8y'+20y=20e^{4x}\cos 2x, y(0)=2, y'(0)=8$

3. Решить уравнение методом вариации постоянных $y''+y=4ctgx$

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$y''+4y'-12y=32e^{2x}-24x-40$$

2.Решить задачу Коши $y''+y=4x\sin x, y(0)=1, y'(0)=-2$

3. Решить уравнение методом вариации постоянных $y''-3y'+2y=\dfrac{e^x}{1+e^{-x}}$

Вариант 3

1. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$y''+12y'+35y=2e^{-7x}+140x+258$$

2.Решить задачу Коши $y''-5y'=6(1-5x)-25(\cos 5x+\sin 5x), y(0)=0, y'(0)=5$

3. Решить уравнение методом вариации постоянных $y''+4y=\dfrac{4}{\cos 2x}$

Вариант 4

1. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$y''+4y'-32y=24e^{4x}+96x+212$$

2.Решить задачу Коши $y(0)=2, y'(0)=0$

$$y''-4y=e^x(2\cos 2x+\frac{\sin 2x}{2})+e^{-x}(2\cos 2x-\frac{\sin 2x}{2}),$$

3. Решить уравнение методом вариации постоянных $4y''+y=ctg\dfrac{x}{2}$

## Тестовые задания

## Тестовые задания

### Тест 1

1. Выберите понятие, с которым обучающиеся не знакомятся при изучении темы «Дифференциальные уравнения» (11 класс, углубленный уровень изучения математики):
а. особое решение
б. общее решение
в. частное решение

г. базисное решение

2. Среди утверждений выберите те, в которых указаны действия обучающихся при поиске частного решения дифференциального уравнения. (В ответе перечислите их в порядке применения)
а. используя начальное условие задачи, найти значение произвольной постоянной
б. найти общее решение данного дифференциального уравнения
в. найти особое решение данного дифференциального уравнения
г. записать частное решение дифференциального уравнения, применив результаты предыдущих действий

3. С каким из перечисленных видов задач обучающиеся не знакомятся при изучении темы «Дифференциальные уравнения» в 11 классе (углубленный уровень)?
а. Задачи на проверку того, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения.
б. Задачи о поиске решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
в. Задачи о составлении дифференциальных уравнений.
г. Задачи о поиске решения дифференциального уравнения n-ого порядка.

4. Среди указанных понятий выберите те, с которыми обучающимся необходимо познакомиться до изучения темы «Дифференциальные уравнения».
а. неопределенный интеграл
б. определенный интеграл
в. первообразная для функции
г. степенная функция

5. Рассказывая о том, что дифференциальные уравнения встречаются в различных областях физики, химии и биологии, учитель приводит примеры таких уравнений. Установите соответствие между некоторыми из этих уравнений, перечисленных ниже, и их порядком.

| | |
|---|---|
| 1. $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F(x,t)$ Второй закон Ньютона, где *m* - масса тела, *F*(*x*, *t*) - сила, действующая на тело с координатой *x* в момент времени *t*. | а. Дифференциальное уравнение первого порядка |
| 2. $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 6u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ Уравнение Кортевега де Фриза, описывающее стационарные нелинейные волны. | б. Дифференциальное уравнение второго порядка |
| 3. $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$ Закон радиоактивного распада - физический закон, описывающий зависимость интенсивности радиоактивного распада от времени (*t*) и количества радиоактивных атомов в образце (*N*). | в. Дифференциальное уравнение третьего порядка |

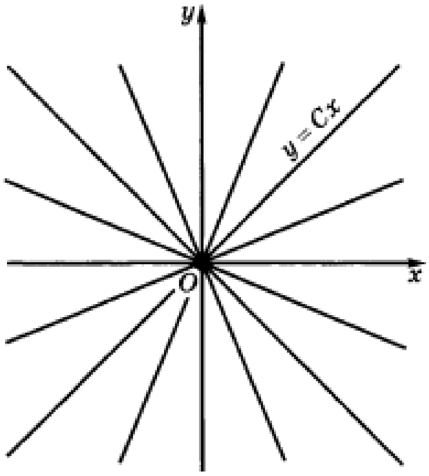
6. Дифференциальное уравнение первого порядка, с поиском решения которого обучающиеся знакомятся в 11 классе (углубленный уровень), называется уравнением с ____________ переменными.

7. При ознакомлении обучающихся с основами курса дифференциальных уравнений следует рассказать о том, что задача нахождения решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям, называется задачей ________.

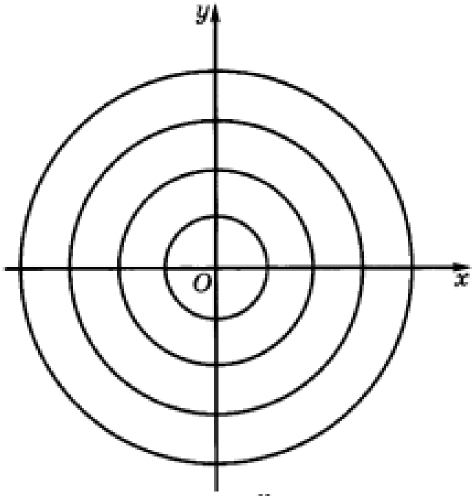
8. Рассмотрение решения дифференциального уравнения учителю следует дополнить информацией о том, что график этого решения называется интегральной __________ и проиллюстрировать введенные понятия.

9. Показывая примеры различных дифференциальных уравнений и их решения, учителю следует отметить, что наряду с частными решениями дифференциальное уравнение может иметь решения, не получаемые из общего ни при каком значении произвольной постоянной. Такие решения называют __________.

10. Для иллюстрации понятия «_________ интегральных кривых» учитель может продемонстрировать обучающимся следующие рисунки:




$y' = \frac{y}{x}$




$y' = -\frac{x}{y}$

Ключи

| | |
|---|---|
| 1. | г |
| 2. | б, а, г |
| 3. | г |
| 4. | а, в |
| 5. | 1. б; 2. в; 3 а. |
| 6. | разделяющимися |
| 7. | Коши |
| 8. | кривой |
| 9. | особыми |
| 10. | семейство |

## Тест 2

1. Дифференциальными уравнениями являются…

a) $y + 2x^3 = 5$

b) $y = e^{2x} + e^{3x}$

c) $y' + yx^2 - 2 = 0$

d) $y'' + y' \cdot \sin x = 3$

2. Разделение переменных в дифференциальном уравнении $e^x \cdot \ln y dx - xydy = 0$ приведет его к виду…

a) $\frac{e^x dx}{\ln y} = \frac{ydy}{e^x}$ b) $\frac{e^x dx - ydy}{x} = \ln y$

c) $\frac{e^x dx}{x}=\frac{ydy}{\ln y}$ d) $\frac{e^x dx}{x}=-\frac{ydy}{\ln y}$

3. Для решения дифференциального уравнения первого порядка $y'+\frac{y}{x}=x^3$ применяют метод замены $y=u\cdot v$. Тогда функцию $v$ находят из уравнения …

a) $v'+\frac{v}{x}=0$ b) $v'-\frac{v}{x}=0$

c) $v'+vx^3=0$ d) $v'-vx^3=0$

4. Частными решениями дифференциального уравнения $y''=6x$ являются …

a) $y=x^3+x$

b) $y=10+x^3$

c) $y=x^2-2$

d) $y=\sin x$

5. Дифференциальное уравнение $y''=81\cos 9x$ решается методом …

a) замены $y=u\cdot v$

b) непосредственного интегрирования

c) замены $y=u\cdot x$

d) разделения переменных

6. Частное решение уравнения $y''-2y'+2y=e^x+x\cos x$ имеет вид:

а) $y=Ae^x+x\cos x+x\sin x$

б) $y=Ae^x+(Bx+C)\cos x+(Dx+E)\sin x$

в) $y=Axe^x+(Bx+C)\cos x+(Dx+E)\sin x$

7. Функция $\phi(x,y)=\frac{y^2-x^2}{y}$ является интегралом:

а) уравнения $y'=\frac{2xy}{x^2+y^2}$

б) уравнения $y'=\frac{2xy}{x^2-y^2}$

в) уравнения $y'=\frac{2x+y}{x^2+y^2}$

8.Через точку (2;0) проходит:

а) одна интегральная кривая уравнения $y'+x^2y=2x\sqrt{y}$

б) более одной интегральной кривой этого уравнения

в) ни одной интегральной кривой этого уравнения

9. Функции $y_1=e^{-x}; y_2=e^{2x}\cos 2x; y_3=e^{2x}\sin 2x$ образуют фундаментальную систему решений уравнения

а) $y'''-3y''+4y'+8y=0$

б) $y'''+2y''+10y'=0$

в) $y'''+7y''+15y'+9y=0$

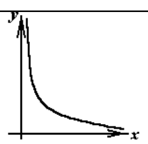
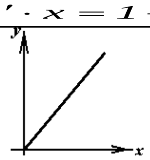
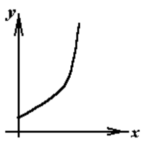
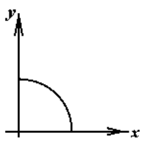
10. Укажите дифференциальные уравнения первого порядка:

1) $xy=7y-20$; 2) $\sqrt{x}y'+y=7x$; 3) $xy'=2x-5y$; 4) $xy''=11x+y'$

11. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

| | |
|---|---|
| 1) $-3y''+5y'=0$;<br>2) $4y''-3y'+5y=0$;<br>3) $4y''+5y'=0$ | 1) $-3\lambda^2+5=0$;<br>2) $4\lambda^2+5\lambda=0$;<br>3) $-3\lambda^2+5\lambda=0$;<br>4) $4\lambda^2+5=0$;<br>5) $4\lambda^2-3\lambda+5=0$ |

12. Выберите единственный правильный ответ или укажите букву Д в случае, если ни один из ответов А, Б, В, Г не является правильным.

| Дано | Найти | Ответы |
|---|---|---|
| 1. $y'=30x^5$ | Общее решение | А. $y=6x^5+C$ В. $y=150x^4$<br>Б. $y=5x^6+C$ Г. $y=30x^6$ |
| 2. $y'=\dfrac{1}{x}$, $y(1)=1$ | Решение | А. $y=\ln\|x\|+C$<br>Б. $y=-\dfrac{1}{x^2}+C$<br>В. $y=-\dfrac{1}{x}+2$<br>Г. $y=\ln\|x\|+1$ |
| 3. $y''=\sin x$ | Общее решение | А. $y=-\sin x+C_1+C_2x$ В. $y=-\sin x$<br>Б. $y=\cos x+C_1x+C_2$ Г. $y=-\cos x$ |
| 4. Общее решение $y=C_1e^{2x}+C_2e^{-x}$ | Дифференциальное уравнение | А. $y''+y'-2y=0$ В. $y''-y'-2y=0$<br>Б. $y''+2y'-y=0$ Г. $y''+3y'-2y=0$ |
| 5. Корни характеристического уравнения $7-2i$ и $7+2i$ | Дифференциальное уравнение | А. $y''+14y'-53y=0$ В. $y''+7y'+2y=0$<br>Б. $y''-53y=0$ Г. $y''-14+53y=0$ |
| 6. $x^2\cdot y'-x=y,\ x\neq 0$ | Тип уравнения | А. $P(x)dx=Q(y)dy$<br>Б. $y'=f\left(\dfrac{y}{x}\right)$, где $f(kx,ky)=f(x,y)$<br>В. $y'+P(x)y=Q(x)$<br>Г. тип (Б) и (В) |
| 7. $y''-4y=4x$ | Частное решение | А. $y=-x$ В. $y=-2x+2$<br>Б. $y=4x+4$ Г. $y=e^{-2x}+e^{2x}+x$ |
| 8. $(1+x^2)\cdot dx=(1+y)\cdot x^2\cdot dy$ | Уравнения с разделенными переменными | А. $\dfrac{1+x^2}{x^2}dy=(1+y)\cdot dx$<br>Б. $(1+x^2)\cdot dx=(1+y)\cdot x^2\cdot dy$<br>В. $\dfrac{1+x^2}{x^2}dx=(1+y)\cdot dy$<br>Г. разделение невозможно |
| 9. $x^2\cdot y'=x^2+y^2$, $y=u\cdot x$ | Преобразованное уравнение | А. $u'\cdot x=1-u$ В. $u'\cdot x=1-u+u^2$<br>Б. $u'\cdot x=u^2$ Г. $u'\cdot x=1+u+u^2$ |
| 10. $y''=e^x$, $y>0,\ x>0$, $y(0)=0,\ y'(0)=0$ | График решения | А.  В. <br>Б.  Г.  |

## Промежуточная аттестация

**Вопросыкзачету с оценкой**

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Задача Коши**.** Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
4. Построение решений уравнения первого порядка методом изоклин.
5. Уравнения с разделяющимися переменными
6. Однородные уравнения.
7. Уравнения, сводящиеся к однородным.
8. Линейное уравнение 1-ого порядка.
9. Уравнение Бернулли.
10. Уравнение в полных дифференциалах.
11. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.
13. Интегрирующий множитель.
14. Теорема существования и единственности.
15. Особые решения.
16. Линейные уравнения. Теорема о сумме решений.
17. Линейные уравнения. Теорема о линейно зависимых функциях.
18. Линейные уравнения. Теорема о линейно независимых функциях.
19. Линейные уравнения. Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении.
20. Задача Коши для дифференциальных уравнений n-ого порядка.
21. Дифференциальные уравнения n-ого порядка, допускающие понижение порядка.
22. Структура общего решения линейного однородного дифференциальные уравнения n-ого порядка.
23. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка.
24. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение ( $k_1$ и $k_2$ -- действительные корни).
25. Однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение ($k_1$ и $k_2$ -- комплексные сопряженные корни).
26. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Структура общего решения ($f(x)=P_n(x)$).
27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Структура общего решения ($f(x)=e^{\alpha x}(P_n(x)$)
28. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о сумме частных решений.
29. Неоднородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами ($f(x)=e^{\alpha x}(P_n(x)\cos\beta x+Q_m(x)\sin\beta x)$).
30. Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.
31. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Определение.
32. Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
33. Общее, частное и особое решения.
34. Сведение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n-ого порядка.
35. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений.

36. Задача Коши. Фундаментальные системы решений.
37. Формула Лиувилля.
38. Теорема об общем решении линейной однородной системы дифференциальных уравнений.
39. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.
40. Структура общего решения.
41. Метод вариации произвольных постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.
42. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
43. Применение теории дифференциальных уравнений.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

| *Формируемая компетенция* | *Показатели сформированности компетенции* | *Типовое контрольное задание* |
|---|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | ПК-1.1. | Тестовые задания<br>Вопросы к экзамену |
| | ПК-1.2. | Вопросы к экзамену<br>Электронный конспект |
| | ПК-1.3. | Вопросы к экзамену<br>Задачи |