

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 07.11.2022 11:15:36  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460c35a70d1868d7c25

**Министерство образования Московской области  
государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»  
(ГГТУ)**

**УТВЕРЖДАЮ  
проректор**



**20 мая 2022г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.ДВ.03.01**

**Элементы наглядной геометрии**

<b>Направление подготовки</b>	<b>44.03.05 Педагогическое образование ( с двумя профилями подготовки)</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>Математика. Информатика</b>
<b>Квалификация выпускника</b>	<b>Бакалавр</b>
<b>Форма обучения</b>	<b>Очная</b>

**Орехово-Зуево  
2022 г.**

## 1. Пояснительная записка

Предметом изучения в рамках настоящего курса являются вопросы теории дискретных групп движений плоскости и их приложений в прикладном искусстве, а также элементы сферической геометрии и некоторые вопросы геометрического моделирования.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.05 «Педагогическое образование(с двумя профилями подготовки)» по профилю «Математика», «Информатика» 2022 года начала подготовки.

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### 2.1. Цель дисциплины

Целью дисциплины «Элементы наглядной геометрии» является формирование профессиональной компетентности будущих учителей математики в области содержания образовательных программ и методов их реализации при обучении геометрии на основе широкого использования наглядности и абстрактности геометрических понятий и дедуктивной строгости выводов геометрии.

### 2.2. Задачи дисциплины

- обогатить представления и совершенствовать знания, умения и навыки студентов в области теории движений плоскости, теории групп, теории неевклидовых геометрий:
- рассмотреть элементы теории кристаллографических групп;
- изучить некоторые факты сферической геометрии;
- познакомить с приложениями дифференциальной геометрии к решению задач вычислительной геометрии;
- рассмотреть некоторые вопросы общей топологии и теории многообразий.

### 2.3. Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Элементы наглядной геометрии»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

<b>В результате изучения дисциплины «Элементы наглядной геометрии» студент должен обладать следующими компетенциями:</b>	<b>Коды формируемых компетенций</b>
<b>Универсальные компетенции (УК)</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	<b>УК-1</b>
<b>Профессиональные компетенции (ПК)</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении	<b>ПК-1</b>

профессиональных задач.	
-------------------------	--

### Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p><b>УК-1.1.</b> Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</p> <p><b>УК-1.2.</b> Применяет логические формы и процедуры , способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p> <p><b>УК-1.3.</b> Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений</p>

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3.</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий , применять методы, приемы и технологии обучения , в том числе информационные.</p>

### 3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Элементы наглядной геометрии» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы (Б1.В.ДВ.03.01).

Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам: «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ».

Дисциплины, для изучения которых необходимы знания данного курса:

некоторые дисциплины по выбору студента в области прикладной математики, методики преподавания математики в школе и др.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

№ п/п	Раздел/тема	Семестр	Всего час.	Виды учебных занятий				Промежуточная аттестация
				Контактная работа (ауд.)			СРС	
				Лекции	ЛЗ	ПЗ		
	<b>Раздел 1. Симметрия орнаментов</b>	<b>8</b>	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>-</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	
1.	Тема 1. Движения плоскости		9	3	-	4	2	
2.	Тема 2. Точечные системы. Линейные орнаменты		10	4	-	2	4	
3.	Тема 3. Плоские кристаллографические группы		17	5	-	6	6	
	<b>Раздел 2. Элементы сферической геометрии</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	
4.	Тема 4. Геометрия на сфере		4	2	-	-	2	
5.	Тема 5. Метрические соотношения в сферических треугольниках		16	4	-	6	6	
	<b>Раздел 3. Элементы вычислительной геометрии</b>	<b>8</b>	<b>26</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	
6.	Тема 6. Гладкие кривые с вычислительной точки зрения		10	4	-	4	2	
7.	Тема 7. Некоторые подходы к проектированию кривых		16	4	-	6	6	
	<b>Раздел 4. Элементы топологии</b>		<b>26</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	

8	Тема 8. Топологические пространства и отображения		14	6	-	4	4	
	Тема 9. Многообразия		12	4	-	4	4	
	<b>Промежуточная аттестация– зачет</b>							
	<b>Итого</b>		<b>108</b>	<b>36</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

### Лекции

#### *Раздел 1. Симметрия орнаментов*

##### **Тема 1. Движения плоскости**

Группа движений плоскости и ее подгруппы. Классификация движений плоскости. Разложение движения плоскости в произведение осевых симметрий.

Группа подстановок. Определение и примеры группы симметрий плоской фигуры.

Группа вращений правильных многоугольников.

##### **Тема 2. Точечные системы. Линейные орнаменты**

Плоские точечные решетки. Кристаллы как правильные точечные системы. Правильные точечные системы и дискретные группы движений. Группа движений прямой и её дискретные подгруппы: классификация дискретных групп движений прямой. Описание движений, содержащихся в группе бордюра. Классификация групп симметрий бордюров: семь видов линейных орнаментов. Схемы построения линейных орнаментов. Примеры бордюров из архитектуры, живописи, национальных орнаментов.

##### **Тема 3. Плоские кристаллографические группы**

Замощения плоскости. Замощения плоскости правильными многоугольниками. Определение плоской кристаллографической группы. Параллельные переносы в кристаллографической группе. Повороты и осевые симметрии кристаллографической группы. Классификация плоских кристаллографических групп. Примеры различных видов плоских орнаментов из архитектуры, живописи.

#### *Раздел 2. Элементы сферической геометрии*

##### **Тема 4. Геометрия на сфере**

Большие окружности и их свойства. Сферическая ломаная. Полусфера. Двугульник и его угол. Вертикальные двугульники. Перпендикулярные окружности. Сферическое расстояние. Движения сферы. Сферические треугольники. Площадь сферического двугульника. Площадь и сумма углов сферического треугольника.

##### **Тема 5. Метрические соотношения в сферических треугольниках**

Полярные треугольники. Теорема о взаимно полярных треугольниках. Теорема синусов для сферического треугольника. Теорема косинусов. Формулы прямоугольного сферического треугольника. Вторая теорема косинусов.

### ***Раздел 3. Элементы вычислительной геометрии***

#### **Тема 6. Гладкие кривые с вычислительной точки зрения**

Гладкие и регулярные кривые в евклидовом пространстве. Репер Френе и его инварианты. Вычислительные формулы кривизны и кручения. Строение кривой в окрестности обыкновенной точки. Восстановление пространственной кривой по её проекциям на координатные плоскости. Приведение параметрического уравнения кривой к неявному виду.

#### **Тема 7. Некоторые подходы к проектированию кривых**

Постановка проблемы проектирования кривых в евклидовом пространстве. Кубические параметрические кривые в форме Фергюсона. Кубические параметрические кривые в форме Безье. Кривизна параметрических кривых. Составные кривые. Конструирование составных кубических кривых. Составные кривые Фергюсона. Составные кривые Безье.

### ***Раздел 4. Элементы топологии***

#### **Тема 8. Топологические пространства и отображения**

Определение и примеры топологических пространств. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Топологические окрестности и их свойства. Различные определения топологического пространства. База топологии. Внутренность, замыкание, граница множества и их свойства. Метрика. Топология, индуцированная метрикой.

Определение непрерывного отображения. Критерий непрерывности отображения топологических пространств. Гомеоморфизм топологических пространств. Предмет топологии. Аксиомы отделимости. Связность и линейная связность топологических пространств. Компактность. Гомотопия и гомотопическая эквивалентность. Фактор-топология и фактор-пространство.

#### **Тема 9. Топологические многообразия**

Определение и примеры топологических многообразий. Понятие топологического многообразия с краем. Топологические многообразия малых размерностей. Понятие о клеточном разбиении. Эйлерова характеристика многообразия. Склейки из квадрата. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Понятие о классификации двумерных компактных многообразий. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.

### **Практические занятия**

*Практические занятия проводятся в форме практикума: предполагается решение задач разного уровня сложности при опоре на определения и свойства основных понятий по теме.*

## **Раздел 1. Симметрия орнаментов**

### **Практическое занятие 1 Тема: Движения плоскости**

*Учебные цели:*

1. Повторить определение и свойства движений плоскости.
2. Повторить определение частных видов движения плоскости.
3. Решить задачи:  
на представление заданных движений плоскости в виде композиции осевых симметрий;

*Основные термины и понятия:*

- движение плоскости,
- параллельный перенос,
- поворот плоскости,
- центральная симметрия,
- осевая симметрия,
- скользящая симметрия.

### **Практическое занятие 2 Тема: Движения плоскости**

*Учебные цели:*

1. Повторить определение и общие свойства группы  $D_F$  симметрий плоской геометрической фигуры  $F$ .
2. Рассмотреть соответствие между группой  $D_F$  симметрической группой  $S_n$ .
3. Построить некоторые плоские ограниченные фигуры, обладающие симметриями заданного порядка.
4. Выполнить контрольную работу №1

*Основные термины и понятия:*

- движение плоскости,
- группа симметрий,
- симметрии фигуры,
- правильные многоугольники,
- циклическая группа,
- звездчатые правильные многоугольники.

### **Практическое занятие 3**

#### **Тема: Точечные системы. Линейные орнаменты**

*Учебные цели:*

1. Повторить классификацию групп симметрий бордюра.
2. Решить задачи на определение фундаментальной области и вида симметрий заданных линейных орнаментов.
3. Решить задачи на построение линейных орнаментов различного типа.
4. Выполнить самостоятельную работу №1.

*Основные термины и понятия:*

- движение прямой,
- дискретная группа движений прямой,
- мотив,
- элементарная ячейка,

-линейный орнамент( бордюры).

#### **Практическое занятие 4** **Тема: Плоские кристаллографические группы**

*Учебные цели:*

1. Обсудить постановку задачи замощения плоскости.
2. Рассмотреть примеры использования замощений в архитектуре, искусстве.
3. Рассмотреть теорему о замощении плоскости правильными многоугольниками.
4. Построить ( с помощью реальных или виртуальных инструментов) 11 типов замощений плоскости правильными многоугольниками.
5. Рассмотреть примеры замощений плоскости невыпуклыми фигурами.

*Основные термины и понятия:*

- замощение плоскости,
- паркетты,
- правильные паркетты,
- этюды Эшера.

#### **Практическое занятие 5,6** **Тема: Плоские кристаллографические группы**

*Учебные цели:*

1. Описать различные группы симметрий сетчатых орнаментов.
2. Решить задачи на исследование заданных сетчатых орнаментов.
3. Решить задачи на построение сетчатых (плоских) орнаментов на заданной сетке.
4. Провести анализ орнаментов Древнего Востока по рисункам, схемам или подробному описанию и изобразить некоторые из них.
5. По мотивам архитектурных орнаментов Древнего Востока разработать и построить новые оригинальные орнаменты.
6. Придумать и построить собственные орнаменты по мотивам различных национальных орнаментов.
7. Выполнить задания контрольной работы № 2.

*Основные термины и понятия:*

- дискретные группы,
- сетчатые орнаменты,
- элементы симметрии,
- мотив,
- элементарная ячейка,
- группа симметрии.

## **Раздел 2. Элементы сферической геометрии**

### **Практическое занятие 1,2**

**Тема: Метрические соотношения в сферических треугольниках.**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть задачи на исследование свойств сферических многоугольников.
2. Рассмотреть задачи на решение сферических треугольников.

*Основные термины и понятия:*

- сфера,
- сферическое расстояние,
- площадь треугольника,
- сферический треугольник,
- теорема синусов,
- теорема косинусов.

### **Практическое занятие 3**

**Тема: Метрические соотношения в сферических треугольниках**

*Учебные цели:*

1. Выполнить задания контрольной работы №3

## **Раздел 3. Элементы вычислительной геометрии**

### **Практическое занятие 1,2**

**Тема: Гладкие кривые с вычислительной точки зрения**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на исследование кривой в окрестности обыкновенной точки.

*Основные термины и понятия:*

- гладкие и регулярные кривые ,
- дериационные формулы,
- репер Френе,
- кривизна и кручение,
- натуральные уравнения.

### **Практическое занятие 3**

**Тема: Некоторые подходы к проектированию кривых**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на составление уравнений и изображение кубических параметрических кривых .

*Основные термины и понятия:*

- кривые Фергюсона,
- кривые Безье.

### **Практическое занятие 4**

**Тема: Некоторые подходы к проектированию кривых**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на проектирование составных кубических параметрических кривых .

*Основные термины и понятия :*

- составные кривые,
- составные кривые Фергюсона,
- составные кривые Безье.

### **Практическое занятие 5**

**Тема: Некоторые подходы к проектированию кривых**

*Учебные цели:*

1. Выполнить задания самостоятельной работы №2.

### **Раздел 3. Элементы топологии**

#### **Практическое занятие 1**

**Тема: Топологические пространства и отображения**

*2. Учебные цели:*

1. Решить задачи на использование аксиоматики топологического пространства для задания или исследования топологической структуры на множествах.
2. Решить задачи на определение внутренности, границы, замыкания множеств в топологических пространствах.

*Основные термины и понятия:*

- открытые множества,
- замкнутые множества,
- топологическая окрестность,
- точки прикосновения множества,
- граничные точки множества,
- внутренние точки множества,
- замыкание, внутренность, граница множества.

#### **Практическое занятие 2**

**Тема: Топологические пространства и отображения**

*Учебные цели:*

1. Решить задачи на исследование отображений топологических пространств.
2. Решить задачи на исследование свойств топологических пространств.

*Основные термины и понятия:*

- непрерывные отображения,
- гомеоморфизмы,
- аксиомы отделимости,
- хаусдорфовы пространства,
- компактные пространства,
- связные пространства.

#### **Практическое занятие 3**

**Тема: Многообразия**

*Учебные цели:*

1. Рассмотреть примеры топологических многообразий и топологических многообразий с краем.
2. Решить задачи на построение клеточного разбиения некоторых многообразий .
3. Найти эйлеровы характеристики некоторых многообразий .

*Основные термины и понятия:*

- топологическое многообразие,

- топологическое многообразие с краем,
- клеточное разбиение,
- эйлерова характеристика.

#### **Практическое занятие 4**

##### **Тема: Многообразия**

*Учебные цели:*

1. Обсудить проблему гомеоморфизма многообразий. Рассмотреть примеры ориентируемых и неориентируемых многообразий.
2. Обсудить основные идеи и принципы классификации двумерных компактных многообразий.
3. Выполнить необходимые иллюстрации и сформулировать классификационные теоремы.
4. Рассмотреть задачи на определение ориентируемости некоторых заданных многообразий.

*Основные термины и понятия:*

- сфера, лист Мебиуса, бутылка Клейна, проективная плоскость,
- гомеоморфизм,
- эйлерова характеристика,
- сфера с дырами, ручки, трубки, пленки,
- ориентируемое многообразие,
- неориентируемое многообразие,

#### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

*Перечень литературных источников для самостоятельной работы обучающихся:*

1. Геометрические преобразования плоскости: движения : учебное пособие / И. Ю. Реброва, И. Н. Балаба, А. В. Родионов, Е. М. Рарова. — Тула : ТГПУ, 2021. — 38 с. — ISBN 978-5-6047369-7-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213482>
2. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490156>
3. Уткин, А. А. Геометрия: Топология. Гладкие линии и поверхности. Основания геометрии : учебное пособие / А. А. Уткин, Т. И. Уткина. — 2-е изд. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 127 с. — ISBN 978-5-9765-3436-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/97113>

Самостоятельная учебная работа студента определяется программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего промежуточного и итогового контроля знаний. Этот вид учебной деятельности студента предусматривает:

- проработку теоретического материала (изучение теории);
- решение задач и выполнение заданий по определенным темам;
- периодический устный или письменный отчет о выполненных заданиях;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам;
- самоконтроль и промежуточный контроль полученных знаний.

Систематичность и добросовестность студента при выполнении заданий для самостоятельной работы могут существенно повлиять на уровень знаний, умений и навыков, формируемых в рамках данной учебной дисциплины. Предполагается, что активная самостоятельная работа студента по данной дисциплине будет способствовать развитию познавательной самостоятельности и творческой активности студента, формированию достаточно высокого уровня его математической культуры.

Кроме того, эффективность и успешность самостоятельной работы студента при изучении данной дисциплины непосредственно связаны с постепенным формированием профессиональных знаний и умений студента - будущего учителя математики.

*Задания для организации самостоятельной работы обучающихся*

### **Зачетное задание №1**

#### **Тема: Движения плоскости**

1. Даны прямая  $m$  и две точки  $A$  и  $B$ , лежащие по разные стороны от этой прямой. Выяснить, существует ли на прямой  $m$  такая точка  $M_0$ , что  $|AM_0 - BM_0| > |AM - BM|$ , где  $M$ - произвольная точка прямой  $m$ , отличная от точки  $M_0$ .
2. Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность. Доказать, что точка  $D$ , диаметрально противоположная точке  $C$ , симметрична ортоцентру треугольника относительно середины стороны  $AB$ .
3. На двух смежных сторонах параллелограмма вне его построены квадраты. Докажите, что их центры одинаково удалены от центра параллелограмма.
4. Два пункта  $A$  и  $B$  расположены на разных берегах реки с параллельными берегами. Показать, что можно построить мост, перпендикулярный берегам, в таком месте, что путь от  $A$  до  $B$  будет кратчайшим.
5. Представить в виде композиции осевых симметрий следующие движения плоскости:
  - a) Поворот плоскости вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$ ;
  - b) Параллельный перенос плоскости на вектор  $\mathbf{a}$ .
6. Выяснить, что представляет собой композиция трех осевых симметрий  $S_l, S_m, S_n$  плоскости, если известно, что:
  - a)  $l \parallel m \parallel n$ ;
  - b)  $l \cap m \cap n = O$ .

*Рекомендации к выполнению:* Для успешного решения задач необходимо повторить теоретический материал, используя конспект лекций или учебник .

*Форма отчетности:* письменная работа.

### **Зачетное задание №2**

#### **Тема: Движения плоскости**

1. Найдите уравнение оси симметрии двух окружностей  $\alpha : (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ ,  $\beta : (x + 5)^2 + y^2 = 4$ .

2. Найдите уравнение оси симметрии двух прямых  $l: x + 2y - 3 = 0$  и  $m: 2x - 4y - 1 = 0$ .

3. Даны уравнения прямых  $m$  и  $l$ . Найдите уравнение образа прямой  $m$  при осевой симметрии с осью  $l$ , где  $l: x + 2y + 3 = 0$  и  $m: 4x + 2y + 3 = 0$ .

4. Даны уравнения прямой  $l: x + y - 5 = 0$  и координаты точки  $A(2; -3)$ . Найдите уравнение образа данной прямой при центральной симметрии относительно данной точки.

5. Выясните, симметричны ли отрезки  $[AB]$  и  $[CD]$  относительно некоторого центра, где  $A(3; -2)$ ,  $O(1; -1)$ ,  $C(0; -2)$ ,  $D(-3; 3)$ . Если да, то найдите координаты этого центра.

6. Найдите уравнение прообраза прямой  $l: x + y + 4 = 0$  при вращении вокруг точки  $O(3; 2)$ , на угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

7. Выясните, является ли данное преобразование движением. Если является, то найдите его род и параметры:

$$\begin{cases} x' = -\frac{5}{\sqrt{29}}x - \frac{2}{\sqrt{29}}y - 6, \\ y' = \frac{2}{\sqrt{29}}x + \frac{5}{\sqrt{29}}y - 1. \end{cases}$$

8. Найдите инвариантные точки движения:

$$\begin{cases} x' = -\frac{5}{13}x - \frac{12}{13}y + \frac{6}{13}, \\ y' = -\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y + \frac{4}{13}. \end{cases}$$

9. Определите тип движения и найдите определяющие его элементы:

$$\begin{cases} x' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}, \\ y' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{2}{5}. \end{cases}$$

10. Запишите формулы движения  $f$  и определите его вид, если известно, что:  $f = T_a \circ S_m$ ,  $m: x - 2y - 1 = 0$ ,  $a \{-1; 2\}$ .

*Рекомендации к выполнению:* Для успешного решения задач необходимо повторить теоретический материал, используя конспект лекций или учебник.

*Форма отчетности:* письменная работа.

### Зачетное задание №3

**Тема:** Элементы топологии

Задание. Решить следующие задачи, используя определение и свойства топологических пространств

1. Является ли пара  $(X, \Phi)$  топологическим пространством, если:

а)  $X = \{x, y\}$ ,  $\Phi = \{\emptyset, \{x, y\}, \{x\}\}$ ;

b)  $X = \{x, y, z\}$ ,  $\Phi = \{\emptyset, \{x, y, z\}, \{y\}\}$ ;

c)  $X = \{x, y, z\}$ ,  $\Phi = \{\emptyset, \{x, y, z\}, \{x\}, \{y\}\}$ ;

d)  $X = \{x, y, z\}$ ,  $\Phi = \{\emptyset, \{x, y, z\}, \{x, y\}, \{x\}\}$ ?

2. Построить разные топологии во множестве  $X = \{a, b, c\}$ .

3. Верно ли, что объединение произвольного семейства замкнутых множеств обязательно есть множество замкнутое?

4. Верно ли, что пересечение произвольного семейства открытых множеств обязательно есть множество открытое?

5. В пространстве с тривиальной топологией найдите внутренность, внешность, замыкание, границу множества  $H$ , где  $H$  – множество, отличное от  $\emptyset$  и  $X$ .

6. На евклидовой плоскости с топологией концентрических кругов найти внутренность, внешность, границу множества  $H$ , где  $H$  – круг, заданный неравенством  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

7. На плоскости  $E_2$  дано множество  $H$ . Найдите множества его внутренних точек  $int H$ , граничных точек  $\partial H$ ; внешних точек  $ext H$ , если:

а) открытый круг  $\{A(x, y) / x^2 + y^2 < r^2\}$ ;

б) замкнутый круг  $\{A(x, y) / x^2 + y^2 \leq r^2\}$ ;

в) окружность  $\{A(x, y) / x^2 + y^2 = r^2\}$ .

8. На евклидовой плоскости  $E_2$  задана концентрическая топология. Выясните, является ли непрерывным отображением:

а) поворот плоскости вокруг начала координат на угол  $\varphi$ ;

б) гомотетия плоскости с центром в начале координат;

в) осевая симметрия плоскости с осью, проходящей через центр;

г) параллельный перенос плоскости на ненулевой вектор.

*Рекомендации к выполнению:* Для успешного решения задач необходимо повторить теоретический материал, используя конспект лекций или рекомендованные учебники.

*Форма отчетности:* Участие в обсуждении решения задач по теме на практических занятиях.

**6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении.

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

**7.1. Основная литература:**

1. Атанасян, С. Л. Геометрия 2 : учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под редакцией С. Л. Атанасяна. — 2-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 547 с. — ISBN 978-5-00101-678-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151542>

2. Блатов, И. А. Геометрия и топология : учебное пособие / И. А. Блатов, О. В. Старожилова. — Самара : ПГУТИ, 2017. — 220 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/182324>
3. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 76 с. — ISBN 978-5-8114-7566-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179029>

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие / П. С. Александров. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-0981-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210431>
2. Каюмов, О. Р. Преобразования плоскости и их применение к решению задач планиметрии : учебное пособие / О. Р. Каюмов. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 133 с. - ISBN 978-5-9765-2193-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1142481>
3. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1979-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212126>
4. Уткин, А. А. Геометрическое моделирование окружающего мира : учебное пособие / А. А. Уткин. — 3-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2019. — 219 с. — ISBN 978-5-9765-1956-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/122700>

## **8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем**

Все обучающихся университета обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

### **Современные профессиональные базы данных:**

1. Министерство образования и науки Российской Федерации <http://mon.gov.ru>
2. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru>
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>
4. Федеральный центр информационно- образовательных ресурсов <http://fcior.edu.ru>
5. Министерство образования Московской области <http://mo.mosreg.ru>
6. Интернет-экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО) <http://www.fepo.ru>

7. Каталог электронных образовательных ресурсов Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) <http://eor.edu.ru>
8. Портал Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>
9. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://edu-top.ru/katalog/>
10. Образовательные ресурсы Интернета "Все, кто учится" <http://www.alleng.ru>
11. Электронная информационно-образовательная среда Университета <http://dis.ggtu.ru/>
12. «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru/>
13. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
14. Электронно-библиотечная система «Юрайт» [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
15. Электронная библиотека диссертаций <http://diss.rsl.ru/>
16. Электронные образовательные ресурсы (платформы), используемые для реализации программы с применением дистанционных образовательных технологий.

#### **Информационные справочные системы:**

1. информационно-поисковые системы [www.google.ru/](http://www.google.ru/), [www.yandex.ru/](http://www.yandex.ru/)
2. Прикладная математика: Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями: <http://www.pm298.ru>

#### **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none"> <li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li> <li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</li> <li>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по</li> </ul>	<p>Операционная система            Пакет офисных приложений            Браузер Firefox, Яндекс</p>

дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;	
--	--

### 10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  к.ф.-м.н., доцент Панчишина В.А.

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 20.05.2022г., протокол №8

Зав. кафедрой  Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.ДВ.03.01**

**Элементы наглядной геометрии**

<b>Направление подготовки</b>	<b>44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>«Математика». «Информатика»</b>
<b>Квалификация выпускника</b>	<b>Бакалавр</b>
<b>Форма обучения</b>	<b>Очная</b>

**Орехово-Зуево**

**2022 г.**

## Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
<p><b>УК-1.</b>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>УК-1.1.</b> Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</p> <p><b>УК-1.2.</b> Применяет логические формы и процедуры , способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p> <p><b>УК-1.3.</b> Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений</p>

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<p><b>ПК-1.</b>Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p>	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3.</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий , применять методы, приемы и технологии обучения , в том числе информационные.</p>

## 1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «отлично», «хорошо», «зачтено» соответствует **повышенному** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует **базовому** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено» соответствует показателю «**компетенция не освоена**».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1	<b><i>Самостоятельная работа</i></b>  (показатель компетенции «Умение»)	Контрольное мероприятие, цель которого состоит в промежуточном контроле знаний по теме.	Комплект заданий	- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно выполнены все задания ;  - оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной-двух задач не доведено до конца;  - оценка «3»

				<p>(удовлетворительно)</p> <p>выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий.</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований, указанных выше.</p>
2	<p><b>Коллоквиум</b></p> <p>(показатель компетенции «Знание»)</p>	<p>Контрольное мероприятие, целью которого является выявление и корректировка уровня освоения отдельных вопросов дисциплины, наиболее важных для успешного освоения последующих разделов данного учебного курса. Проводится в виде собеседования по билетам.</p>	<p>Комплект вопросов и заданий</p>	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если дан полный ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы или полный ответ на вопрос билета и один – два неправильных ответа на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопрос билета и неправильные ответы на отдельные дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно)</p>

				выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований, указанных выше.
3	<b>Контрольная работа</b> (показатель компетенции «Владение»)	Контрольное мероприятие, цель которого состоит в выявлении уровня знаний, умений и навыков, сформированных при изучении определенной темы данной дисциплины	Комплект заданий .	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно выполнены все задания (обоснованно получен правильный ответ), либо допущены незначительные погрешности (решение задачи в целом верное, только на последнем этапе допущены вычислительные ошибки);</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной - двух задач не доведено до конца (представлено примерно 80% решения задачи);</p>

				<p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий .</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований , указанных выше.</p>
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
4	<b>Зачет</b> (показатель компетенции «Знание», «Умение»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде индивидуальной контрольной работы, содержащей теоретические вопросы и ( или) задачи.	Вопросы к зачету	<p>оценка «зачтено» выставляется студенту, если:</p> <p>а) правильно выполнены все задания;</p> <p>б) правильно выполнено 60 % всех заданий и</p> <p>дан правильный ответ на один - два дополнительных вопроса;</p> <p>в) правильно выполнено 40 % всех заданий и</p> <p>дан правильный ответ на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований</p>

				,указанных выше.
--	--	--	--	------------------

**1.3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

### **Текущий контроль знаний**

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется <https://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=6082>

*Комплект заданий для самостоятельной работы*

### **Самостоятельная работа № 1**

*Тема: Линейные орнаменты.*

Задание 1. Для каждого линейного орнамента, изображенного на рисунке, найдите его группу симметрий и укажите его фундаментальную область.

Задание 2. Постройте линейные орнаменты трех различных типов, выбрав в качестве мотива:

- а) простую незамкнутую ломаную;
- б) замкнутую ломаную, не являющуюся простой ломаной.

### **Самостоятельная работа №2**

*Тема: Некоторые подходы к проектированию кривых*

#### **Вариант1.**

1. Найдите уравнения кубической параметрической кривой в форме Фергюсона, если известно, что  $r_0 = \{0, 2, 0\}$ ,  $r_1 = \{1, 3, 2\}$ ,  $m_0 = \{1, 0, 1\}$ ,  $m_1 = \{1, 2, 4\}$ .
2. Заданы вершины характеристической ломаной кривой Безье:  $M_0(1, 1)$ ,  $M_1(2, 3)$ ,  $M_2(4, 3)$ ,  $M_3(3, 1)$ .  
Определите семь точек этой кривой, отвечающих следующим значениям параметра:  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 0,15$ ,  $t_2 = 0,35$ ,  $t_3 = 0,5$ ,  $t_4 = 0,65$ ,  $t_5 = 0,85$ ,  $t_6 = 1$ . Изобразите кривую на рисунке.
3. Выполните вычисления и изобразите кривую, составленную из двух кривых Фергюсона, если для одной из них выполняются условия:  $r(0) = (0, 0)$ ,  $r(1) = (3, 1)$ ,  $r'(0) = (3, 0)$ ,  $r'(1) = (3, -1)$ , а для другой - условия  $r(0) = (3, 1)$ ,  $r(1) = (6, 0)$ ,  $r'(0) = (3, 0)$ ,  $r'(1) = (3, 1)$ .

#### **Вариант2.**

1. Найдите уравнения кубической параметрической кривой в форме Фергюсона, если известно, что  $r_0 = \{0, 0, 0\}$ ,  $r_1 = \{3, 3, 2\}$ ,  $m_0 = \{3, 6, 6\}$ ,  $m_1 = \{3, 0, 0\}$ .

2. Заданы вершины характеристической ломаной кривой Безье:  $M_0(1,1)$ ,  $M_1(3,1)$ ,  $M_2(2,3)$ ,  $M_3(4,3)$ .  
 Определите семь точек этой кривой, отвечающих следующим значениям параметра  $t$ :  $t_0=0$ ,  $t_1=0,15$ ,  $t_2=0,35$ ,  $t_3=0,5$ ,  $t_4=0,65$ ,  $t_5=0,85$ ,  $t_6=1$ . Изобразите кривую на рисунке.
3. Выполните вычисления и изобразите кривую, составленную из двух кривых Фергюсона, если для одной из них выполняются условия:  $r(0)=(1,0)$ ,  $r(1)=(4,-3)$ ,  $r'(0)=(3,0)$ ,  $r'(1)=(3,-12)$ , а для другой - условия  $r(0)=(4,-3)$ ,  $r(1)=(7,-4)$ ,  $r'(0)=(3,0)$ ,  $r'(1)=(3,1)$ .

### Самостоятельная работа №3

#### Тема: Топологические пространства

**Задание 1.** Существует ли топология во множестве  $X=\{a, b, c, d\}$ , в которой:

- открытым множеством является множество  $\{a, b\}$ ;
- замкнутым множеством является множество  $\{a, b\}$ ;
- множество  $\{a, b\}$  не является ни открытым, ни замкнутым;
- окрестностью точки  $c$  является множество  $\{a, b, c\}$ ?

В случае положительного ответа приведите пример других открытых и замкнутых множеств.

**Задание 2.** Пусть  $X$  есть луч  $[0, \infty)$ . Выясните, определяет ли топологию на множестве  $X$  семейство  $\Phi$ , которое состоит из  $\emptyset$ ,  $X$  и всевозможных лучей  $(a, +\infty)$ , где  $a > 0$ .

**Задание 3.** Выясните, являются ли компактными в евклидовой плоскости  $E_2$ :

- открытый круг  $\{A(x,y) / x^2 + y^2 < r^2\}$ ;
- замкнутый круг  $\{A(x,y) / x^2 + y^2 \leq r^2\}$ ;
- множество точек плоскости, принадлежащих прямой  $x + y - 2 = 0$ ;
- множество всех иррациональных чисел отрезка  $[a, b]$  числовой прямой;
- множество всех рациональных чисел отрезка  $[a, b]$  числовой прямой.

**Задание 4.** Выясните, является ли топологическое пространство  $(T, \tau)$  связным, если:

- $T = \{a, b, c\}$ ,  $\tau = \{T, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ ;
- $T = \{a, b, c\}$ ,  $\tau = \{T, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$ .

*Комплект заданий для контрольной работы*

### Контрольная работа №1

#### Тема: Движения плоскости

##### Вариант 1

- Постройте образ данного квадрата  $ABCD$  при повороте плоскости: а) вокруг точки  $B$  на угол  $\varphi = -90^\circ$ ; б) вокруг точки  $C$  на угол  $\varphi = +45^\circ$ .
- В правильном треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ , пересекающиеся в точке  $O$ . Укажите образ треугольника  $AB'O$  при осевой

симметрии плоскости, ось которой проходит через точки  $C$  и  $O$ . Объясните свой ответ.

3. Найдите ординату образа точки  $A(-2;-1)$  и абсциссу прообраза точки  $B(0;1)$  при движении  $f$ , если известно, что  $f: x' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 1; y' = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1$ .
4. Запишите формулы движения  $f$  и определите его вид, если известно, что:  $f = S_m \circ T_a, m: x + 2y + 1 = 0, a\{-1;-2\}$ .
5. Движение переводит треугольник  $ABC$  в треугольник  $A'B'C'$ . Записать формулы движения и определить его вид, если:  
 $A(-1;3), B(1;6), C(3;2), A'(2;0), B'(4;3), C'(6;-1)$ ;

### Вариант 2

1. Постройте образ данного квадрата  $ABCD$  при повороте плоскости : а) вокруг точки  $A$  на угол  $\varphi = +90^\circ$ ; б) вокруг точки  $B$  на угол  $\varphi = -135^\circ$ .
2. В правильном треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AA', BB', CC'$ , пересекающиеся в точке  $O$ . Укажите образ треугольника  $CA'O$  при осевой симметрии плоскости, ось которой проходит через точки  $B$  и  $O$ . Объясните свой ответ.
3. Найдите абсциссу образа точки  $A(-2;-1)$  и ординату прообраза точки  $B(0;1)$  при движении  $f$ , если известно, что  $f: x' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 1; y' = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 2$ .
4. Запишите формулы движения  $f$  и определите его вид, если известно, что:  $f = S_m \circ T_a, m: x - y + 1 = 0, a\{-1;1\}$ .
5. Движение переводит треугольник  $ABC$  в треугольник  $A'B'C'$ . Записать формулы движения и определить его вид, если:

$$A(-3;1), B(2;0), C(-1;3), A'(9;3), B'(4;4), C'(7;1)$$

### Контрольная работа № 2

#### Тема: Плоские кристаллографические группы

#### Вариант 1.

1. Выясните, что представляет собой композиция движений  $f$  и  $g$  плоскости, если это осевые симметрии плоскости с осями  $l$  и  $m$ , пересекающимися в точке  $O$ :

$$f = S_l, g = S_m, l$$

2. Выясните, что представляет собой композиция движений  $f$  и  $g$  плоскости, если это повороты плоскости вокруг точек  $A$  и  $B$  на одинаково ориентированные углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно:

$$f = R_A, g = R_B,$$

3. Для каждого сетчатого орнамента, изображенного на рисунке, укажите конечную систему образующих для соответствующей группы симметрий.

4. Укажите, сколько плоских кристаллографических групп содержит поворот на угол  $\pi/2$ .

5. Постройте два сетчатых орнамента различного типа, группа симметрий которого содержит поворот на угол  $\pi/2$  ( или на угол  $\pi/6$ ).

### Вариант 2

1. Выясните, что представляет собой композиция движений  $f$  и  $g$  плоскости, если это осевые симметрии плоскости с параллельными осями  $l$  и  $m$ :

$$f = S_l, g = S_m, \quad lm.$$

2. Выясните, что представляет собой композиция движений  $f$  и  $g$  плоскости, если это повороты плоскости вокруг точек  $A$  и  $B$  на противоположно ориентированные углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно:

$$f = R_A, g = R_B,$$

3. Для каждого сетчатого орнамента, изображенного на рисунке, укажите конечную систему образующих для соответствующей группы симметрий.

4. Укажите, сколько плоских кристаллографических групп содержит поворот на угол  $\pi/6$ .

5. Постройте два сетчатых орнамента различного типа, группа симметрий которого содержит поворот на угол  $\pi/6$  ( или на угол  $\pi/2$ ),

### Контрольная работа №3

#### Тема: Метрические соотношения в сферических треугольниках

#### Вариант 1.

1. Докажите, что в сферическом треугольнике с длинами сторон  $a, b, c$  и величинами противоположных углов  $A, B, C$  справедлива следующая « формула пяти элементов »:

$\sin \frac{a}{r} \cos B = \sin \frac{c}{r} \cos \frac{b}{r} - \cos \frac{c}{r} \sin \frac{b}{r} \cos A$ , где  $r$  – радиус сферы, содержащей данный треугольник.

2. Докажите, что длины сторон сферического треугольника можно найти, зная величины трех его углов ( предполагаем радиус  $r$  сферы известным).

3. Докажите, что в прямоугольном сферическом треугольнике ( $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ) выполняется равенство:  $\sin \frac{b}{r} = \sin \frac{a}{r} \sin B$ .

4. В прямоугольном сферическом треугольнике ( $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ) дано  $\frac{b}{r} = 37^\circ 52'$ ,  $\angle C = 45^\circ 35'$

Найти  $\frac{c}{r}, \frac{a}{r}, \angle B$

#### Вариант 2.

1. Докажите, что в сферическом треугольнике с длинами сторон  $a, b, c$  и величинами противоположных углов  $A, B, C$  справедлива следующая « формула пяти элементов »:

$\sin A \cos \frac{b}{r} = \sin C \cos B + \cos C \sin B \cos \frac{a}{r}$ , где  $r$  – радиус сферы, содержащей данный треугольник.

2. Докажите, что в сферическом треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

3. Докажите, что в прямоугольном сферическом треугольнике ( $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ) выполняется равенство:  $\cos \frac{a}{r} = \cos \frac{b}{r} \cos \frac{c}{r}$ .

4. В прямоугольном сферическом треугольнике ( $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ) дано  $\angle B = 80^\circ 11'$ ,  $\angle C = 154^\circ 58'$

Найти  $\frac{a}{r}, \frac{b}{r}, \frac{c}{r}$ .

### Промежуточная аттестация

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется <https://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=6082>

### Перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Определение и примеры движений плоскости.
2. Группа движений плоскости и ее подгруппы.
3. Классификация движений плоскости.
4. Разложение движения плоскости в произведение осевых симметрий.
5. Определение и примеры группы симметрий плоской фигуры.
6. Группа вращений правильных многоугольников.
7. Правильные точечные системы и дискретные группы движений.
8. Классификация дискретных групп движений прямой.
9. Описание движений, содержащихся в группе бордюра.
10. Классификация групп симметрий бордюров: семь видов линейных орнаментов.
11. Параллельные переносы в кристаллографической группе.
12. Повороты и осевые симметрии кристаллографической группы.
13. Классификация плоских кристаллографических групп.
14. Большие окружности на сфере и их свойства.
15. Площадь и сумма углов сферического треугольника.
16. Теорема синусов для сферических треугольников.
17. Теорема косинусов для сферических треугольников.

18. Строение кривой в окрестности обыкновенной точки.
19. Кубические параметрические кривые в форме Фергюсона.
20. Кубические параметрические кривые в форме Безье.
21. Определение и примеры топологических пространств.
22. Топологические окрестности (определение , примеры, свойства)
23. Непрерывные отображения (определение , критерий непрерывности, примеры).
24. Гомеоморфизм топологических пространств (определение , примеры, свойства).
25. Отделимость топологических пространств (определение, примеры, свойства).
26. Компактность топологических пространств (определение, примеры, свойства).
27. Связность топологических пространств (определение, примеры, свойства).
28. Топологические многообразия (определение, примеры, свойства).
29. Топологические многообразия с краем (определение, примеры, свойства).
30. Клеточное разложение. Эйлерова характеристика многообразия.
31. Ориентируемые многообразия. Теорема о согласованности ориентации некоторых многообразий.
32. Классификация компактных двумерных многообразий.
33. Топологические свойства листа Мебиуса.
34. Топологические свойства проективной плоскости.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций:**

№	Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
1	<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Вопросы к зачету Самостоятельная работа Контрольная работа
2		УК-1.2	
3		УК-1.3	
1	<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать	ПК-1.1	Вопросы к зачету Самостоятельная работа Контрольная работа

2	теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.2	
3		ПК-1.3	