

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Егорова Галина Викторовна
Должность: Проректор по учебной работе
Дата подписания: 07.11.2022 11:15:36
Уникальный программный ключ:
4963a4167398d8232817460cf58a76d188dd7c25

Министерство образования Московской области
Государственное образовательное учреждение высшего образования
Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»

УТВЕРЖДАЮ
проректор



«31» августа 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.08.07 Численные методы

Направление подготовки	<i>44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки)</i>
Профили программы	«Математика», «Информатика»
Квалификация выпускника	<i>бакалавр</i>
Форма обучения	<i>очная</i>

Орехово-Зуево
2022 г.

1. Пояснительная записка

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), профили «Математика», «Информатика» 2022 года начала подготовки (очная форма обучения).

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Цели дисциплины

Целью изучения учебной дисциплины «Численные методы» является формирование у студентов необходимых компетенций, в области численных методов решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений. Курс предназначен дать обучающимся теоретические основы, позволяющие использовать аппарат вычислительной математики для формализации и математического описания задач, возникающих в различных областях, а также сформировать у обучающихся практические навыки в организации и проведении вычислительных работ при реализации алгоритмов решения различных прикладных задач.

Задачи дисциплины

Задачами дисциплины является ознакомление обучающихся с основными понятиями и методами вычислительной математики как инструментами решения наиболее распространенных задач, а также формирование и развитие практических навыков применения формальных методов вычислительной математики при решении практических задач с помощью различных инструментов компьютерной техники.

Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины «Численные методы» студент должен обладать следующими компетенциями:	Коды формируемых компетенций
Профессиональные компетенции (ПК)	
Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1

Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ПК-1	ПК-1.1.

Способность осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p>Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно методических и организационно управленческих задач.</p> <p>ПК-1.2.</p> <p>Умеет: анализировать базовые предметные научно теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов.</p> <p>ПК-1.3.</p> <p>Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно теоретических представлений для решения профессиональных задач.</p>
--	--

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.08.07 «Численные методы» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы.

Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Программирование».

4. Структура и содержание дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел/тема	Семестр	Всего час.	Виды учебных занятий			Промежуточная аттестация
				Контактная работа (ауд.)		СРС	
				Лекции	Лаб. занятия		
1.	Тема 1. Теория погрешностей.	7	20	4		16	
2.	Тема 2. Аппроксимация функций: численная интерполяция.	7	26	4	6	16	
3.	Тема 3. Решение нелинейных и трансцендентных уравнений. Решение системы нелинейных уравнений.	7	36	6	6	24	
4.	Тема 4. Интерполирование сплайнами	7	26	4	6	16	

5.	Промежуточная аттестация – зачет	7					
6.	Итого в 7 семестре		108	18	18	72	
7.	Тема 5. Численное интегрирование.	8	24	4	8	12	
8.	Тема 6. Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы.	8	36	6	12	18	
9.	Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений	8	24	4	8	12	
10.	Тема 8. Аппроксимация функций: метод наименьших квадратов	8	24	4	8	12	
11.	Промежуточная аттестация – экзамен	8					36
12.	Итого в 8 семестре		144	18	36	54	36
13.	Итого		252	36	54	126	36

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Лекции

Тема 1. Теория погрешностей.

Этапы решения задачи на ЭВМ. Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значащие цифры, верные значащие цифры в широком и узком смыслах. Правила округления приближенных чисел. Абсолютная и относительная погрешности арифметических операций над приближенными числами, функций одного и нескольких переменных, неявной функции. Обратная задача теории погрешностей.

Тема 2. Аппроксимация функций: численная интерполяция.

Постановка задачи полиномиальной (многочленной) интерполяции. Непосредственное условие многочленной интерполяции. Существование и единственность интерполяционного полинома. Алгебраический интерполяционный многочлен Лагранжа, коэффициенты Лагранжа и их свойства. Конечные разности. Первая интерполяционная форма Ньютона. Вторая интерполяционная форма Ньютона. Погрешность многочленной интерполяции (погрешность метода). Обратная задача интерполяции. Два подхода к решению задачи обратного интерполирования. Минимизация погрешности многочленной интерполяции путем специального выбора узлов интерполирования.

Тема 3. Решение нелинейных и трансцендентных уравнений. Решение системы нелинейных уравнений.

Постановка задачи. Корень уравнения. Простые и кратные корни. Их геометрический смысл. Отделение (локализация) корней: табличный метод, недостатки этого метода; графический метод. Уточнение корня методом деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод Ньютона. Метод хорд. Понятие о методе Ньютона решения системы нелинейных уравнений.

Тема 4. Интерполирование сплайнами

Понятие сплайна. Кубический сплайн, общий вид. Условие непосредственного интерполирование. Условие гладкости функции. Система линейных уравнений для отыскания коэффициентов сплайна. Использование равноотстоящих узлов при составлении системы линейных уравнений. Проверка результата.

Тема 5. Численное интегрирование.

Определенный интеграл и его геометрический смысл. Постановка задачи численного интегрирования. Квадратурные формулы прямоугольников (левых, правых, серединных), трапеций, парабол (Симпсона). Погрешность квадратурных формул. Алгоритм нахождения определенного интеграла с заданной точностью. Блок-схема алгоритма.

Тема 6. Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы.

Постановка задачи. Метод Гаусса: схема единственного деления, прямой и обратный ход; реализация алгоритма на языке Паскаль; схема с выбором главного элемента по столбцу, преимущества данной разновидности метода Гаусса; реализация алгоритма на языке Паскаль. Метод простой итерации. Метод Зейделя.

Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений

Постановка задачи численного решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (задача Коши). Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы. Метод Адамса. Решение ОДУ 2-го и более высоких порядков.

Тема 8. Аппроксимация функций: метод наименьших квадратов.

Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов, постановка задачи. Минимизация среднеквадратического отклонения. Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная система линейных уравнений. Нахождение приближающей функции в виде: линейной функции; квадратного трехчлена; логарифмической функции; степенной функции; других элементарных функций. Выбор наилучшей приближающей функции по минимуму относительного среднеквадратического отклонения.

Теоретический материал данной темы служит основой для проведения групповой обобщающей лабораторной работы, направленной на закрепление пройденного материала, а также на развитие у студентов навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений.

Лабораторные занятия

Тема 2. Аппроксимация функций: численная интерполяция.

Лабораторная работа № 1. «Аппроксимация функций: численная интерполяция»

Задание 1.

Дана функция, заданная таблично. Пользуясь табличным процессором Excel, построить график интерполяционного многочлена, проходящего через узлы X_0, X_1, X_2 и точки $X^*_1 \in [X_0, X_1]$ и $X^*_2 \in [X_1, X_2]$. Проанализировать результат.

Вариант	X_0	X_1	X_2	Y_0	Y_1	Y_2
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

1	-1	0	3	-3	5	2
2	2	3	5	4	1	7
3	0	2	3	-1	-4	2
4	7	9	13	2	-2	3
5	-3	-1	3	7	-1	4
6	1	2	4	-3	-7	2
7	-2	-1	2	4	9	1
8	2	4	5	9	-3	6
9	-4	-2	0	2	8	5
10	-1	1,5	3	4	-7	1
11	2	4	7	-1	-6	3
12	-9	-7	-4	3	-3	4
13	0	1	4	7	-1	8
14	-8	-5	0	9	-2	4
15	-7	-5	-4	4	-4	5
16	7	4	9	-2	9	3
17	7	8	9	6	-2	7
18	-4	0	2	4	8	-2
19	-3	-1	1	11	-1	6
20	0	3	8	1	5	-4

Результаты вычислений оформить в виде таблицы:

x_i						
y_i						
l_0						
l_1						
l_2						
Σl						
$F(x)$						

Построить график зависимости $F(x)$.

Задание 2.

Используя таблицу значений функции (все приведенные знаки верны в узком смысле):

- составить таблицу конечных разностей;
- вычислить значения функции для указанных значений аргументов и оценить погрешность результатов.

1 вариант

x_i	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57
y_i	1,6487	1,6653	1,6820	1,6989	1,7160	1,7333	1,7507	1,7683

$$x^*_1 = 0,504; \quad x^*_2 = 0,576.$$

2 вариант

x_i	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61
y_i	1,7160	1,7333	1,7507	1,7683	1,7860	1,8040	1,8221	1,8404

$$x^*_1 = 0,546; \quad x^*_2 = 0,606.$$

3 вариант

x_i	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
y_i	0,89121	0,93204	0,96356	0,98545	0,99750	0,99957	0,99166	0,97385

$$x^*_1 = 1,18; \quad x^*_2 = 1,76.$$

4 вариант

x_i	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
y_i	0,99750	0,99957	0,99166	0,97385	0,94630	0,90931	0,86321	0,80850

$$x^*_1 = 1,57; \quad x^*_2 = 2,15.$$

5 вариант

x_i	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
y_i	1,8221	2,0138	2,2255	2,4596	2,7183	3,0042	3,3201	3,6693

$$1. \quad x^*_1 = 0,63; \quad x^*_2 = 1,25.$$

6 вариант

x_i	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
y_i	2,7183	3,0042	3,3201	3,6693	4,0552	4,4817	4,9530	5,4739

$$2. \quad x^*_1 = 1,08; \quad x^*_2 = 1,68.$$

7 вариант

x_i	2,70	2,72	2,74	2,76	2,78	2,80	2,82	2,84
y_i	0,3704	0,3676	0,3650	0,3623	0,3597	0,3571	0,3546	0,3521

$$x^*_1 = 2,706; \quad x^*_2 = 2,826.$$

8 вариант

x_i	2,78	2,80	2,82	2,84	2,86	2,88	2,90	2,92
y_i	0,3597	0,3571	0,3546	0,3521	0,3497	0,3472	0,3448	0,3425

$$x^*_1 = 2,786; \quad x^*_2 = 2,915.$$

9 вариант

x_i	1010	1020	1030	1040	1050	1060	1070	1080
y_i	3,00432	3,00860	3,01284	3,01703	3,02119	3,02531	3,02938	3,03342

$$x^*_1 = 1013; \quad x^*_2 = 1113.$$

10 вариант

x_i	1050	1060	1070	1080	1090	1100	1110	1120
y_i	3,02119	3,02531	3,02938	3,03342	3,03743	3,04139	3,04532	3,04922

$$x^*_1 = 1052; \quad x^*_2 = 1116.$$

Тема 3. Решение нелинейных и трансцендентных уравнений. Решение системы нелинейных уравнений.

Лабораторная работа № 2. «Решение нелинейных и трансцендентных уравнений»

Задание 1.

С помощью табличного процессора Excel найти все корни уравнения методом последовательных приближений.

№ варианта	Уравнение
1	$x^3 - 2,92 \cdot x^2 + 1,4355 \cdot x + 0,791136 = 0$
2	$x^3 - 2,56 \cdot x^2 - 1,3251 \cdot x + 4,395006 = 0$
3	$x^3 + 2,84 \cdot x^2 - 5,6064 \cdot x - 14,766336 = 0$
4	$x^3 + 1,41 \cdot x^2 - 5,4724 \cdot x - 7,380384 = 0$
5	$x^3 + 0,85 \cdot x^2 - 0,4317 \cdot x + 0,043911 = 0$
6	$x^3 - 0,12 \cdot x^2 - 1,4775 \cdot x + 0,191906 = 0$
7	$x^3 + 0,77 \cdot x^2 - 0,2513 \cdot x + 0,016995 = 0$
8	$x^3 + 0,88 \cdot x^2 - 0,3999 \cdot x + 0,037638 = 0$
9	$x^3 + 0,78 \cdot x^2 - 0,8269 \cdot x + 0,146718 = 0$
10	$x^3 + 2,84 \cdot x^2 - 1,9347 \cdot x - 3,907574 = 0$

Задание 2.

С помощью табличного процессора Excel найти один из корней предыдущего уравнения методом деления отрезка пополам.

Задание 3.

На любом языке программирования составить программы для нахождения корней уравнения методами хорд, касательных и простой итерации. Протестировать программы, используя результаты предыдущих заданий. При тестировании сравнить число приближений **n**, которые потребовались для достижения точности $\varepsilon = 0,000001$ методами хорд и касательных. Найти любые два корня следующих уравнений методом простой итерации, предварительно отделив корни графическим способом и подобрав параметр **b** так, чтобы функция $|\varphi(x)| < 1$.

№ варианта	Уравнение	Пояснения
1	$x - 10 \cdot \sin x = 0$	
2	$2^{-x} - \sin x = 0$	при $x < 10$
3	$2^{-x} - 2 \cdot \cos x = 0$	при $x > -10$
4	$\text{Lg}(x + 5) - \cos x = 0$	при $x < 5$
5	$8 \cdot \cos x - x = 6$	
6	$\sin x - 0,2 \cdot x = 0$	
7	$10 \cos x - 0,1 \cdot x^2 = 0$	
8	$4 \cos x + 0,3 \cdot x = 0$	
9	$3 \sin 8x - 0,7 \cdot x + 0,9 = 0$	на отрезке $[-1; 1]$
10	$1,2 - \ln x = 4 \cos 2x$	

Тема 4. Интерполирование сплайнами

Лабораторная работа № 3. «Интерполирование сплайнами»

Построить кубический сплайн для функции $y=f(x)$, заданной таблично, найти значение функции в точке X^* .

Вариант	X_0	X_1	X_2	X_3	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	X^*
1	-1	1	3	5	-3	5	2	1	2
2	2	3	4	5	4	1	7	8	3,5
3	0	2	4	6	-1	-4	2	4	3
4	7	9	11	13	2	-2	3	4	8
5	-3	-1	1	2	7	-1	4	5	0
6	1	2	3	4	-3	-7	2	4	2,5
7	-2	-1	0	1	4	9	1	0	0,5
8	2	4	6	8	9	-3	6	8	7
9	-4	-2	0	2	2	8	5	3	1
10	-1	1	3	5	4	-7	1	5	4
11	2	4	6	8	-1	-6	3	6	5

12	-9	-7	-5	-3	3	-3	4	5	-4
13	0	1	2	3	7	-1	8	9	1,5
14	-8	-6	-4	-2	9	-2	4	6	-3
15	-7	-5	-3	-1	4	-4	5	8	-2
16	1	3	5	7	-2	9	3	1	4
17	7	8	9	10	6	-2	7	9	7,5
18	-4	-2	0	2	4	8	-2	-1	1
19	-3	-1	1	3	11	-1	6	7	2
20	0	2	4	6	1	5	-4	-5	3

Тема 5. Численное интегрирование.

Лабораторная работа № 4. «Численное интегрирование»

Задание 1.

С помощью табличного процессора Excel вычислить интеграл заданной функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$ по формуле прямоугольников с точностью 10^{-3} .

№ варианта	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x}{1+x^4}$	0	1
2	$x^3 \cdot \lg x$	1	2
3	$\ln^2 x$	1	2,2
4	$\sqrt{x} \cdot \ln x$	1	2,2
5	$x^2 \cdot \sin x$	0	1
6	$x^2 \cdot \cos x$	0	0,8
7	$x^2 \cdot \lg x$	1	2
8	$\frac{1}{1+x^3}$	0	1
9	$\frac{1}{1+\sin x}$	0	1
10	$\frac{x}{1+x^2}$	0	1
11	$x^3 \cdot \ln x$	1	2
12	$\lg^2 x$	1	2,2
13	$\sqrt{x} \cdot \lg x$	1	2,2
14	$x \cdot \sin x$	0	1
15	$x \cdot \cos x$	0	0,8
16	$x^2 \cdot \ln x$	1	2
17	$\frac{1}{1+x^2}$	0	1
18	$\frac{x}{1+x^4}$	0,5	1,5
19	$x^2 \cdot \lg x$	1,5	2,5
20	$\ln^2 x$	1,2	2,2

21	$\sqrt{x} \cdot \ln x$	1	2,2
22	$x^2 \cdot \cos x$	0,5	1,5
23	$x \cdot \cos x$	0,8	1,8
24	$x^2 \cdot \lg x$	1,5	2,5
25	$\frac{1}{1 + \sin x}$	0	1

Задание 2

Составить программу и вычислить методом трапеций и методом Симпсона интеграл $\int_a^b f(x)$ с точностью 10^{-6} путем автоматического выбора шага (использовать при оценке точности правило Рунге, а приближенное значение интеграла уточнять по Ричардсону). Сравнить количество разбиений, которое потребовалось для достижения требуемой точности при использовании методов трапеций и Симпсона.

№ варианта	$f(x)$	a	b
1	$0,37e^{\sin x}$	0	1
2	$0,5x + x \lg x$	1	2
3	$(x+1,9) \cdot \sin(x/3)$	1	2
4	$\frac{1}{x} \cdot \ln(x+2)$	2	3
5	$\frac{3 \cos x}{2x + 1,7}$	0	1
6	$(2x+0,6) \cdot \cos(x/2)$	1	2
7	$2,6x^2 \cdot \ln x$	1,2	2,2
8	$(x^2+1) \cdot \sin(x-0,5)$	0,5	1,5
9	$x^2 \cdot \cos(x/4)$	2	3
10	$\frac{\sin(0,2x - 3)}{x^2 + 1}$	3	4
11	$3x + \ln x$	1	2
12	$4x \cdot e^{-x^2}$	-1	0
13	$3x^2 + \operatorname{tg} x$	-0,5	0,5
14	$\frac{3x^2 + \sin x}{x^2}$	0	1
15	$3x \cdot e^{\cos x}$	0,2	1,2
16	$x^2 \cdot \operatorname{tg}(x/2)$	1,5	2,5
17	$0,5x + x \lg x$	1,5	2,5
18	$(x+1,9) \cdot \sin(x/3)$	0,5	1,5
19	$\frac{1}{x} \cdot \ln(x+2)$	2,5	3,5
20	$3x + \ln x$	1,5	2,5
21	$(2x+0,6) \cdot \cos(x/2)$	1,5	2,5
22	$2,6 \cdot x^2 \cdot \ln x$	0,5	1,5

23	$(x^2+1)\cdot\sin(x-0,5)$	0,8	1,8
24	$x^2\cdot\cos(x/4)$	1,5	2,5
25	$1,5x+x\ln x$	1,5	2,5

Тема 6. Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы.

Лабораторная работа № 5. «Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы»

Задание 1.

Дана система линейных уравнений (все коэффициенты точные числа). Требуется:

- решить систему методом Гаусса вручную с точностью $\Delta=0,001$;
- получить пошаговое решение этой же системы методом Гаусса, используя табличный процессор Excel (см. пример 1);
- считая решение, полученное с помощью ЭВМ, достаточно точным, оценить погрешность решения, полученного вручную.

Коэффициенты и свободные члены системы взять из таблицы:

Варианты	i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	b_i
1	1	0,21	-0,45	-0,20	1,91
	2	0,30	0,25	0,43	0,32
	3	0,60	-0,35	-0,25	1,83
2	1	0,45	-0,94	-0,15	-0,15
	2	-0,01	0,34	0,06	0,31
	3	-0,35	0,05	0,63	0,37
3	1	0,63	0,05	0,15	0,34
	2	0,15	0,10	0,71	0,42
	3	0,03	0,34	0,10	0,32
4	1	-0,20	1,60	-0,10	0,30
	2	-0,30	0,10	-1,50	0,40
	3	1,20	-0,20	0,30	-0,60
5	1	0,30	1,20	-0,20	-0,60
	2	-0,10	-0,20	1,60	0,30
	3	0,05	0,34	0,10	0,32
6	1	0,20	0,44	0,81	0,74
	2	0,58	-0,29	0,05	0,02
	3	0,05	0,34	0,10	0,32
7	1	6,36	11,75	10	-41,40
	2	7,42	19,03	11,75	-49,49
	3	5,77	7,48	6,36	-27,67
8	1	-9,11	1,02	-0,73	-1,25
	2	7,61	6,25	-2,32	2,33
	3	-4,64	1,13	-8,88	-3,75
9	1	1,02	-0,73	-9,11	-1,25
	2	6,25	-2,32	7,62	2,33
	3	1,13	-8,88	4,64	-3,75
10	1	0,06	0,92	0,03	-0,82
	2	0,99	0,01	0,07	0,66

	3	1,01	0,02	0,99	-0,98
--	---	------	------	------	-------

Задание 2.

С помощью табличного процессора Excel решить СЛАУ методом итераций, предварительно преобразовав систему, как того требует метод

Задание 3.

С помощью табличного процессора Excel решить СЛАУ методом Зейделя.

Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений

Лабораторная работа № 6 «Численные методы решения дифференциальных уравнений»

Задание 1.

С помощью табличного процессора Excel решить ОДУ с начальным условием $y_0=y(x_0)$ на интервале $[a; b]$ методами Эйлера и Эйлера-Коши с шагом h . Все вычисления проводить с 4-мя верными знаками. Решение представить в таблице

i	x_i	y_i (метод Эйлера)	y_i (метод Эйлера-Коши)

Сравнить результаты.

Задание 2.

С помощью табличного процессора Excel решить ОДУ с начальным условием $y_0=y(x_0)$ на интервале $[a; b]$ методом Рунге-Кутты с шагом h . Все вычисления проводить с 4-мя верными знаками. Решение представить в таблице

x_i	y_i	k_1	k_2	k_3	k_4

Сравнить результат с результатами предыдущего задания.

Задание 3.

С помощью табличного процессора Excel решить ОДУ с начальным условием $y_0=y(x_0)$ на интервале $[a; b]$ с шагом h методом Адамса, вычислив y_1, y_2, y_3 методом Рунге-Кутты (использовать значения, полученные в задании 2). Все вычисления проводить с 4-мя верными знаками. Решение представить в таблице

i	x_i	y_i	f_i	Δf_i	$\Delta^2 f_i$	$\Delta^3 f_i$

Сравнить результат с результатами предыдущих заданий.

Варианты заданий

1. $y' = x^2 + y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
2. $y' = 2x^2 + y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
3. $y' = 2x + y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
4. $y' = x + 2y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
5. $y' = x^2 - y;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
6. $y' = x - 2y;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
7. $y' = 2(x + y);$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
8. $y' = 2x - 3y;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
9. $y' = 2x + 3y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
10. $y' = x + 3y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
11. $y' = 4x + y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
12. $y' = 3x - y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
13. $y' = 4x - y;$	$h = 0,1;$	$[0; 0,5];$	$y_0 = 1.$
14. $y' = 1 + xy;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 1.$
15. $y' = x + y;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
16. $y' = 2x + y;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
17. $y' = 3x + y;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
18. $y' = 4x + y;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
19. $y' = (x + y)/2;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
20. $y' = y - 2x;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
21. $y' = y - 3x;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
22. $y' = x + y^2;$	$h = 0,1;$	$[1,5; 2,0];$	$y_0 = 1.$
23. $y' = x - y^2;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
24. $y' = x - 2y^2;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$
25. $y' = 2x - y^2;$	$h = 0,1;$	$[1; 1,5];$	$y_0 = 0.$

Тема 8. Аппроксимация функций: метод наименьших квадратов.

Лабораторная работа № 7 «Аппроксимация функций: методы наименьших квадратов»

Предполагается выполнение заданий лабораторной работы командами. Результат определяется по качеству построенных командами моделей аппроксимации и правильности определения наилучшей модели.

Задание

По предприятиям легкой промышленности региона получена информация, характеризующая зависимость объема прибыли (Y , млн. руб.) от объема капиталовложений (X , млн. руб.). Требуется:

1. Для характеристики Y от X построить следующие модели:

- линейную,
- степенную,
- показательную,
- гиперболическую.

2. Оценить каждую модель, определив коэффициент детерминации, выбрать наилучшую.

Вариант 1

X	40	50	60	80	100	110	120	130	150	160	180	200	250
Y	14	14	17	19	17	20	24	22	25	24	18	20	26

Вариант 2

X	14	15	17	19	20	21	22	24	25	26	28	30	36
Y	3	3,2	5	5,2	6	6	6,5	7	6,5	7,1	7,5	7,8	8

Вариант 3

X	40	50	55	60	70	75	80	90	95	100	110	120	130
Y	14	15	17	19	17	20	21	22	23	24	19	22	24

Вариант 4

X	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	31	32	33
Y	5	5,2	5,5	5,2	6	6,1	6,5	7	6,3	6,8	7	7,1	7,5

Вариант 5

X	42	44	47	49	50	53	56	58	62	65	67	70	73
Y	14	14	17	19	17	19	21	22	25	24	18	20	26

Вариант 6

X	8	10	13	15	18	20	22	23	25	28	30	32	33
Y	2	2,2	2,7	2,5	3,1	3,4	4,5	4,4	4,8	5	5,1	4,9	5,2

Вариант 7

X	45	50	55	60	70	75	80	90	95	100	110	120	135
Y	14	15	18	19	17	20	21	22	23	24	19	22	24

Вариант 8

X	42	44	47	49	50	53	56	58	62	65	67	70	73
Y	14	12	15	16	17	19	20	21	25	23	22	24	26

Вариант 9

X	40	50	60	80	100	110	120	130	150	160	180	190	200
Y	10	14	17	19	18	23	24	22	23	24	21	20	26

Вариант 10

X	9	10	13	15	18	20	22	23	25	28	30	31	32
Y	2,1	2,2	2,3	2,5	3,1	3,7	4,2	4,4	4,8	5	5,1	4,9	5,1

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень литературы для организации самостоятельной работы:

1. Численные методы: теория и алгоритмы: учебное пособие. Орешкова М. Н. Издатель: САФУ, 2015
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436397&sr=1120c.
2. Численные методы: учебное пособие: в 2 ч., Ч. 2. Пименов В. Г., Ложников А. Б. Издатель: Издательство Уральского университета, 2014
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=275819&sr=1107c.
3. Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Численные методы: Учеб. пособие для студ. вузов. — М.: Издательский центр «Академия», 2005.
4. Курс лекций по вычислительной математике: <http://lectoriy.mipt.ru/course/Maths-NumericalAnalysis-14L>
5. Лекторий Минобрнауки/Минпросвещения России: https://vk.com/videos-30558759?section=album_3

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Найти абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.

а) 0,2387; б) 42,884

Задание 2. Определить какое приближенное равенство более точно.

$$\sqrt{44} = 6,63, \quad \frac{19}{41} = 0,463$$

Задание 3. Число $x = 2,3143$, все цифры которого верны в строгом смысле, округлить до трех значащих цифр. Для полученного числа $x_{окр} \approx x$ найти абсолютную и относительную погрешности. В записи числа $x_{окр}$ укажите количество верных цифр (в строгом и широком смысле).

Задание 4. Вычислите с помощью МК значение величины Z при заданных значениях параметров a , b и c , используя расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений, двумя методами: 1) методом строгого пооперационного учета погрешностей; 2) методом подсчета верных цифр.

	Z	a	b	c
--	-----	-----	-----	-----

1	$Z = \frac{\sqrt{ab}}{b-2c}$	3,4	6,22	0,149
2	$Z = \frac{\ln b - a}{a^2 + 12c}$	0,7219	135,347	0,013

Задание 5. Даны узлы интерполирования

Таблица 1.

x	12	16	19
y	44	156	261

Найти коэффициент l_2 в точке $x^* = 13$.

Задание 6. Дана таблица конечных разностей.

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
0,50	1,7324						
		0,5481					
0,75	2,2805		0,1717				
		0,7198		0,0563			
1,00	3,0003		0,2280		0,0166		
		0,9478		0,0729		-0,8197	
1,25	3,9481		0,3009		-0,8031		2,8547
		1,2487		-0,7302		2,0350	
1,50	5,1968		-0,4293		1,2319		
		0,8194		0,5017			
1,75	6,0162		0,0724				
		0,8918					
2,00	6,9080						

- Записать формулы для нахождения погрешности метода и вычислительной погрешности N_4^{II} в точке 1,85;
- Записать погрешность y_i в широком и узком смыслах;
- Определите шаг по таблице и найдите t в точке 1,85 для формул Ньютона интерполирования вперед и назад.

Задание 7. Вывести расчетные формулы метода Ньютона. Проиллюстрировать метод графически.

Задание 8. Отделить корни уравнения $8 \cdot \cos x - x = 6$ графическим способом.

Задание 9. Найти интервал, на котором лежат все корни уравнения $5x^7 + 3x^5 - x = 15$.

Задание 10. Уравнение $x^2 - 2 = 0$ имеет два корня: $x_1 \in [-2; 0]$, $x_2 \in [0; 2]$. Привести уравнение к виду, позволяющему решить его методом простой итерации. Реализовать этот метод в Excel и уточнить корни с точностью 0,0001.

Задание 11. Отделить графически корни уравнения $y = x^3 - 3x - 1$. Указать интервалы изоляции корней. Методом деления отрезка пополам найти положительный действительный корень уравнения.

Задание 12. Решить систему уравнений методом Гаусса и методом Зейделя.

$$2,34 \cdot x_1 - 4,21 \cdot x_2 - 11,61 \cdot x_3 = 14,41$$

$$8,04 \cdot x_1 + 5,22 \cdot x_2 + 0,27 \cdot x_3 = -6,44$$

$$3,92 \cdot x_1 - 7,99 \cdot x_2 + 8,37 \cdot x_3 = 55,56$$

Задание 13. Для экспериментально полученной зависимости

x	1,0	1,5	2,5	3,0	4,5	5,1	6,2
y	67	101	168	202	301	334	404

найти приближающую функцию в виде:

- линейной
- квадратного трехчлена
- степенной функции $y = cx^m$

Задание 14. Вычислить значение определённого интеграла с точностью $\epsilon = 10^{-4}$ на $[0; 2]$

методом трапеций $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$.

Задание 15. Вычислить значение определённого интеграла с точностью $\epsilon = 10^{-4}$ на $[0; 2]$

методом левых прямоугольников $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$.

Задание 16. Вычислить значение определённого интеграла по методу Монте – Карло

$\int_D x dx$, где $D: x^2 + y^2 = 25, x \geq 0$.

Задание 17. Найти приближённое решение дифференциального уравнения $y' = x^2 + 0.2y^2$ с начальным условием $y(0) > 0.2$ на $[0; 1]$

- по методу Эйлера;
- по методу Рунге – Кутты;
- по методу Эйлера с уточнением.

Задание 18. Найти приближённое значение функции по методу Лагранжа

$$\frac{x}{y} \left| \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 10 \end{array} \right. \text{ в точке } K_0 = 2,5.$$

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Перечень основной литературы:

1. Численные методы: теория и алгоритмы: учебное пособие. Орешкова М. Н. Издатель: САФУ, 2015 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436397&sr=1 120с.
2. Численные методы: учебное пособие: в 2 ч., Ч. 2. Пименов В. Г., Ложников А. Б. Издатель: Издательство Уральского университета, 2014 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=275819&sr=1 107с.

Перечень дополнительной литературы:

1. Лапчик М.П., Рагулина М.И., Стукалов В.А. Численные методы: Учеб. пособие для пед. вузов. — М.: Издательский центр «Академия», 2001.
2. Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Численные методы: Учеб. пособие для студ. вузов. — М.: Издательский центр «Академия», 2005.

8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

Современные профессиональные базы данных:

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования: <http://fgosvo.ru>
2. Федеральный портал "Российское образование": www.edu.ru
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": window.edu.ru
4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: fcior.edu.ru
5. Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов: school-collection.edu.ru
6. Лекторий Минобрнауки/Минпросвещения России: https://vk.com/videos-30558759?section=album_3
7. ЭБС "Университетская библиотека онлайн": <http://biblioclub.ru>
8. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com>
9. Курс лекций по вычислительной математике: <http://lectoriy.mipt.ru/course/Maths-NumericalAnalysis-14L>
10. Курс лекций «Основы вычислительной математики»: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1083/324/info>

11. Образовательный портал «Современная цифровая образовательная среда РФ»:

<https://online.edu.ru>

12. Образовательная платформа «Открытое образование»: <https://openedu.ru>

13. НОЧУ ДПО «Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ»:

<https://www.intuit.ru>

Информационные справочные системы:

1. Поисковая система Яндекс <https://yandex.ru/>
2. Поисковая система Рамблер <https://www.rambler.ru/>
3. Поисковая система Google <https://www.google.ru/>
4. Поисковая система Mail.ru <https://mail.ru/>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование аудиторий	Оснащенность аудиторий	Перечень лицензионного программного обеспечения.
Учебный корпус №3 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации №225	Проектор (1 шт.), экран (1 шт.), ноутбук. Необходимая аудиторная мебель	Лекционный комплект 1: Предустановленная операционная система Microsoft Windows 8 Home OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2013, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт. Лекционный комплект 2: Предустановленная операционная система Microsoft Windows Vista Home Premium OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft

		Office Professional Plus 2010, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.
Учебный корпус №3 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации №222	Проектор (1 шт.), экран (1 шт.), ноутбук. Необходимая аудиторная мебель	Лекционный комплект 1: Предустановленная операционная система Microsoft Windows 8 Home OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2013, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт. Лекционный комплект 2: Предустановленная операционная система Microsoft Windows Vista Home Premium OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2010, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.
Учебный корпус №3 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации №120	Необходимая аудиторная мебель, проекционный экран, мультимедийный стационарный проектор, ноутбук, стойка напольная для выступающих.	Лекционный комплект 1: Предустановленная операционная система Microsoft Windows 8 Home OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft

		<p>Office Professional Plus 2013, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.</p> <p>Лекционный комплект 2: Предустановленная операционная система Microsoft Windows Vista Home Premium OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2010, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.</p>
<p>Учебный корпус №3 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации № 119</p>	<p>Необходимая аудиторная мебель, проекционный экран, мультимедийный стационарный проектор, ноутбук.</p>	<p>Лекционный комплект 1: Предустановленная операционная система Microsoft Windows 8 Home OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2013, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.</p> <p>Лекционный комплект 2: Предустановленная операционная система Microsoft Windows Vista Home Premium OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет.</p>


		<p>Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2010, лицензия Microsoft Open License № 64386952 от 20.11.2014 для ГОУ ВПО Московский государственный областной гуманитарный институт.</p>
<p>Учебный корпус №3 Компьютерный класс №231</p>	<p>ПК 15 шт Рабочее место 15 шт Кресло оператора 15 шт Стул учащегося 30 шт Доска маркерная/меловая 1шт Интерактивная доска StarBoard 1шт Switch D-Link DES 1016 1шт Мобильный класс (тележка) 1 шт Мультимедийный проектор InFocus 1 шт Точка доступа Apple TV 1 шт Хранилище TimeMachine 1Tb 1 шт Apple MacBook 12 шт MIDI-клавиатура 1 шт Шкаф 1 шт</p>	<p>Операционная система Microsoft Windows XP Professional, лицензия Microsoft Open License № 42921182 от 22.10.2007 для ГОУ ВПО Московский государственный областной педагогический институт. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2016, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет. Система для математических и инженерных вычислений MathCad 14.0, лицензия Academic Mathcad License, University Classroom Perpetual, заказ № 423424 от 16.01.2009 для Moscow State Regional Pedagogical Institute. Программное обеспечение для инженеров и ученых Matlab R2007b с пакетом Simulink, лицензия Matlab Academic License, лицензия № 362453 (Master License Number 30362453, License Label uliivt2008) от 01.02.2008 для Moscow State Regional Pedagogical Institute. Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Пакет офисных программ Microsoft Office Professional 2016 Plus Антивирусное программное обеспечение «Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows Workstations» Интернет браузер Mozilla Firefox Набор кодеков для воспроизведения видеофайлов K-Lite Codec Pack Программа 3D моделирования Blender Программа визуальной верстки документов Scribus Scribus - программа виртуальной верстки документов</p>

		<p>Программа воспроизведения видеофайлов в формате Flash Adobe Flash Player</p> <p>Программа воспроизведения видео и аудиофайлов VLC media player</p> <p>Программа подготовки научных текстов MiKTeX 2.9 с надстройкой TeXnicCenter</p> <p>Программа просмотра документов Adobe Acrobat Reader</p> <p>Программа просмотра документов WinDjView</p> <p>Программа работы с векторными изображениями Inkscape</p> <p>Программа работы с растровыми изображениями GIMP</p> <p>Распределённая система управления версиями Git</p> <p>Система тестирования ADSoft Tester 2.88.4</p> <p>Система разработки HTML сайтов «NVU 1.0»</p> <p>Система виртуализации Oracle VM VirtualBox</p> <p>Система компьютерной математики MATLAB R2007b</p> <p>Система компьютерной математики MathCAD 14.0</p> <p>Система компьютерной математики Maxima</p> <p>Система программирования на алгоритмическом языке КуМир</p> <p>Система обучения программированию в младших классах с поддержкой исполнителей «ЛогоМиры 3.0»</p> <p>Система обучения программированию в младших классах «ПервоЛого 3.0»</p> <p>Система программирования Microsoft Visual Studio 2015 Community Edition</p> <p>Система программирования с поддержкой Frameworks PascalABC.NET</p> <p>Система программирования Lazarus</p> <p>Система программирования на скриптовом языке Pythoн</p> <p>Система функционального программирования CLIPS 1.0</p> <p>Текстовый редактор с поддержкой синтаксиса языков программирования Notepad++</p> <p>Утилита работы с архивами</p>
--	--	---


		документов 7-Zip Учебная платформа 1С: Предприятие 8 Электронное учебное пособие «Биотехнология» 1.0 Zeal - автономный браузер документации для разработчиков программного обеспечения
Учебный корпус №3 Информационный многофункциональный центр для самостоятельной работы, оборудованный местами для индивидуальной работы студента в сети Internet.	ПК (30 шт.) с подключением к локальной сети ГГТУ, выход в ЭИОС и Интернет. Необходимая аудиторная мебель.	Предустановленная операционная система Microsoft Windows 10 Home OEM-версия. Обновление операционной системы до версии Microsoft Windows 10 Professional, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно- технологический университет. Пакет офисных программ Microsoft Office Professional Plus 2016, лицензия Microsoft Open License № 66217822 от 22.12.2015 для Государственный гуманитарно-технологический университет.

10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  / Смирнова Л. В. /
подпись

Программа утверждена на
заседании кафедры
информатики и физики от «30» августа 2022г., протокол № 1

и.о Зав. кафедрой информатики и физики  /Гилева А.В. /
подпись

**Министерство образования Московской области
Государственное образовательное учреждение высшего образования
Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.08.07 Численные методы

Направление подготовки	<i>44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки)</i>
Профиль программы	<i>«Математика», «Информатика»</i>
Квалификация выпускника	<i>бакалавр</i>
Форма обучения	<i>очная</i>

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ПК-1 Способность осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p>ПК-1.1. Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно методических и организационно управленческих задач.</p> <p>ПК-1.2. Умеет: анализировать базовые предметные научно теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов.</p> <p>ПК-1.3. Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно теоретических представлений для решения профессиональных задач.</p>

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «Отлично», «Хорошо» соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «Удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «Неудовлетворительно» соответствует показателю «компетенция не освоена».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
1	2	3	4	5
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				

1	Защита лабораторной работы (показатели компетенции «Знание», «Умение» «Владение»)	Контрольное мероприятие по учебному материалу каждого раздела дисциплины, состоящее в обоснованном объяснении решения поставленной задачи, пояснении выбранных методов решения, их недостатков и достоинств, анализа полученных результатов, которое позволяет измерить уровень знаний, умений и владений обучающегося изученным материалом.	Вопросы к защите лабораторных работ	<p><i>Зачтено:</i> студент предоставляет полностью выполненную лабораторную работу, обосновывает цель работы, демонстрирует хорошее знание теоретической части, последовательно и полно объясняет методы, используемые в работе, обосновывает сделанные выводы по работе, полностью отвечает на все дополнительные вопросы</p> <p><i>Не зачтено:</i> студент предоставляет не полностью выполненную лабораторную работу, не может обосновать цель работы, демонстрирует плохое знание теоретической части, плохо ориентируется в методах, используемых в работе, с ошибками обосновывает сделанные выводы по работе, не отвечает на дополнительные вопросы</p>
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
2	Зачет (показатель компетенции «Знание»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.	Вопросы к зачету	<p><i>«Зачтено»:</i> знание теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему); умение анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса; владение аналитическим способом изложения вопроса, навыками аргументации.</p> <p><i>«Не зачтено»:</i> знание вопроса на уровне основных понятий; умение выделить главное, сформулировать выводы не продемонстрировано; владение навыками аргументации не продемонстрировано.</p>

3	Экзамен (показатель компетенции «Знание»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.	Вопросы к экзамену	<p>Оценка «Отлично»: знание теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему); умение анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса; глубоко понимать, осознавать материал; владение аналитическим способом изложения вопроса, научных идей; навыками аргументации и анализа фактов, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.</p> <p>Оценка «Хорошо»: знание основных теоретических положений вопроса; умение анализировать явления, факты, действия в рамках вопроса; содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса, но имеет место недостаточная полнота по излагаемому вопросу; владение аналитическим способом изложения вопроса и навыками аргументации.</p> <p>Оценка «Удовлетворительно»: знание теории вопроса фрагментарно (неполнота изложения информации; оперирование понятиями на бытовом уровне); умение выделить главное, сформулировать выводы, показать связь в построении ответа не продемонстрировано; владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано.</p> <p>Оценка «Неудовлетворительно»:</p>
---	---	---	--------------------	---

				знание понятийного аппарата, теории вопроса, не продемонстрировано; умение анализировать учебный материал не продемонстрировано; владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано.
--	--	--	--	--

3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для проведения текущей успеваемости

Вопросы к защите лабораторных работ

Тема «Аппроксимация функций: численная интерполяция»

Контрольные вопросы:

1. Сколько интерполяционных полиномов (многочленов) можно провести через одни и те же узлы интерполирования? Почему?
2. В каких формах можно представить интерполяционные полиномы?
3. Как строится интерполяционный полином Лагранжа?
4. Могут ли быть коэффициентами Лагранжа следующие числа:
а) 0,14; -0,25; 0,6 и 0,51;
б) 0,14; 0,25; 0,6 и 0,51?
5. Чему равны значения интерполяционного полинома в узлах интерполирования? Почему?
6. Как найти погрешность метода и вычислительную погрешность для интерполяционного полинома Лагранжа?
7. Можно ли для узлов, приведенных в табл.1, построить интерполяционный полином Ньютона?
8. Как находится конечная разность 3-го порядка?

Тема «Решение нелинейных уравнений»

Контрольные вопросы:

9. Для чего необходим процесс отделения корней при численном решении нелинейных и трансцендентных уравнений?
10. В чем заключается табличный способ отделения корней?

11. В каком виде должно быть записано уравнение при решении его методом дихотомии (деления отрезка пополам)? Почему?
12. В чем заключается идея метода деления отрезка пополам?
13. Какие условия можно использовать для окончания процесса уточнения корня с заданной точностью ε ?
14. В каком виде должно быть записано уравнение при решении его методом Ньютона (методом касательных)? Почему?
15. Чем отличаются простой и модифицированный методы Ньютона? Пояснить с помощью рисунка.
16. Какие условия можно использовать для окончания процесса уточнения корня методом Ньютона с заданной точностью ε ?
17. Каковы достоинства и недостатки рассмотренных выше методов уточнения корней?

Тема «Интерполирование сплайнами»

Контрольные вопросы:

18. В чем принципиальное отличие между интерполирование многочленом и интерполирование сплайнами?
19. В чем заключается условие непосредственного интерполирования?
20. Как в общем виде записать кубический сплайн.

Тема «Численное интегрирование»

Контрольные вопросы:

21. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
22. Постановка задачи численного интегрирования.
23. Квадратурные формулы прямоугольников (левых, правых, серединных), трапеций, парабол (Симпсона).
24. Погрешность квадратурных формул.
25. Алгоритм нахождения определенного интеграла с заданной точностью. Блок-схема алгоритма.
26. В каких случаях прибегают к численному интегрированию?
27. Какое свойство интеграла лежит в основе численного интегрирования?
28. Чем заменяются подынтегральная кривая и криволинейная трапеция при интегрировании методами прямоугольников, трапеций и Симпсона?
29. По каким формулам вычисляется интеграл при интегрировании методами прямоугольников, трапеций и Симпсона?
30. В чем причина возникновения погрешности метода в каждом случае? По каким формулам вычисляется погрешность метода?
31. При вычислении интеграла метод трапеции дал результат 0,691, а метод серединных прямоугольников — результат 0,697. Найти более точное значение интеграла.
32. Может ли численное интегрирование давать точный результат? Если да, то в каких случаях?
33. Дать графическое и аналитическое обоснование увеличения точности численного интегрирования при уменьшении шага h .
34. Объяснить алгоритм вычисления интеграла с заданной точностью и автоматическим подбором шага.

Тема «Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы»**Контрольные вопросы:**

35. Прокомментировать текст программы на Паскале, реализующей метод Гаусса.
36. Почему при решении СЛАУ методом простой итерации приходится прибегать к предварительным преобразованиям исходной системы уравнений?
37. В чем заключается смысл этих преобразований? Пояснить ответ, рассмотрев систему уравнений
38. $2,34 \cdot x_1 - 4,21 \cdot x_2 - 11,61 \cdot x_3 = 14,41$
39. $8,04 \cdot x_1 + 5,22 \cdot x_2 + 0,27 \cdot x_3 = -6,44$
40. $3,92 \cdot x_1 - 7,99 \cdot x_2 + 8,37 \cdot x_3 = 55,56$
41. В чем заключается алгоритм решения СЛАУ методом Зейделя?
42. Чем отличаются расчетные формулы метода Зейделя от расчетных формул метода простой итерации?
43. Каково условие сходимости метода Зейделя?
44. Какие из перечисленных выше методов являются точными, а какие — приближенными?

Тема «Численные методы решения дифференциальных уравнений»**Контрольные вопросы:**

45. В чем заключается идея численного решения ОДУ методом Эйлера? Ответ проиллюстрировать графически.
46. Каковы расчетные формулы метода Эйлера?
47. Можно ли численно найти решение ОДУ, если неизвестно начальное решение?
48. Какова ошибка метода Эйлера?
49. В чем заключается идея численного решения ОДУ методом Эйлера-Коши? Ответ проиллюстрировать графически.
50. Каковы расчетные формулы метода Эйлера-Коши?
51. Каковы ошибки методов Эйлера и Эйлера-Коши? Можно ли с помощью метода Эйлера получить более точный результат? Если да, то что для этого нужно сделать?
52. Каковы расчетные формулы и погрешность метода Рунге-Кутты 4-го порядка?

Тема «Аппроксимация функций: методы наименьших квадратов»**Контрольные вопросы:**

53. В чем идейное отличие построение интерполяционного многочлена от построения аппроксимирующей функции?
54. Как определить наилучшую модель для исходных данных?

ПК-1.1. Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно методических и организационно управленческих задач.

ПК-1.2. Умеет: анализировать базовые предметные научно теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов.

ПК-1.3. Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используются:

- Образовательный портал «Современная цифровая образовательная среда РФ»:
<https://online.edu.ru>
- Образовательная платформа «Открытое образование»: <https://openedu.ru>
- НОЧУ ДПО «Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ»:
<https://www.intuit.ru>

Задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету (7 семестр)

1. Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Погрешности приближенных вычислений.
3. Методы оценки точности результатов вычислений.
4. Обратная задача теории погрешностей.
5. Интерполирование. Существование и единственность интерполяционного полинома.
6. Интерполяционный полином Лагранжа.
7. Интерполирование. Конечные разности.
8. Первая интерполяционная формула Ньютона.
9. Вторая интерполяционная формула Ньютона
10. Интерполирование. Погрешность многочленной интерполяции.
11. Обратная задача интерполяции. Два подхода к решению задачи обратного интерполирования.
12. Интерполирование. Минимизация погрешности многочленной интерполяции. Многочлены Чебышева.
13. Интерполирование. Интерполирование сплайнами.
14. Отделение корней. Графический метод и метод перебора локализации корней. Границы корней алгебраического уравнения.
15. Метод половинного деления. Графическая интерпретация метода.
16. Метод простых итераций. Графическая интерпретация метода. Теорема о сходимости. Преобразование уравнения к эквивалентному виду.
17. Метод Ньютона (метод касательных). Графическая интерпретация метода. Теорема о сходимости.

18. Модификация метода Ньютона – метод секущих. Графическая интерпретация метода.
19. Модификация метода Ньютона – метод хорд. Графическая интерпретация метода.
20. Понятие о методе Ньютона решения системы нелинейных уравнений.

ПК-1.1. Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно методических и организационно управленческих задач.

Вопросы к экзамену (8 семестр)

1. Интерполирование. Интерполирование сплайнами.
2. Численное интегрирование методом прямоугольников. Погрешность метода. Геометрическая интерпретация метода.
3. Численное интегрирование методом трапеций. Погрешность метода. Геометрическая интерпретация метода. Численное интегрирование методом Симпсона. Остаточная (погрешность метода) и вычислительная погрешности метода Симпсона.
4. Формула Рунге для практической оценки остаточной погрешности квадратурных формул.
5. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Гаусса с выбором главного элемента.
6. Решение систем линейных уравнений методом простой итерации. Сходимость метода.
7. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя. Сходимость метода.
8. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Метод Эйлера. Оценка погрешности.
9. Методы Рунге-Кутты решения обыкновенного дифференциального уравнения.
10. Многошаговые методы. Метод Адамса. Погрешность метода.
11. Метод наименьших квадратов. Постановка задачи.
12. Метод наименьших квадратов. Нахождение приближающей функции в виде линейной функции и квадратного трехчлена.
13. Метод наименьших квадратов. Нахождение приближающей функции в виде элементарных функций.

ПК-1.1. Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно методических и организационно управленческих задач.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используются:

- Образовательный портал «Современная цифровая образовательная среда РФ»: <https://online.edu.ru>
- Образовательная платформа «Открытое образование»: <https://openedu.ru>
- НОЧУ ДПО «Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ»»: <https://www.intuit.ru>

Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

№	Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
1	ПК-1 Способность осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1	Вопросы к зачету Вопросы к экзамену Вопросы к защите лабораторных работ
2		ПК-1.2	Вопросы к защите лабораторных работ
3		ПК-1.3	Вопросы к защите лабораторных работ